

Kacper Kulczycki

Zadanie 27

Wyznaczanie stałej Stefana - Boltzmana

Warszawa 2002

Wstęp

Celem tego doświadczenia było wyznaczenie stałej Stefana-Boltzmana. Metoda pomiaru opiera się na porównywaniu mocy emitowanej przez dwa walce aluminiowe: okopcony i wypolerowany.

Teoria

Wzór Plancka:

$$R(T, \lambda)d\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\left(e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1 \right)} d\lambda \quad \text{wz. 1}$$

Po scałkowaniu go po λ od 0 do ∞ :

$$W(T) = \sigma T^4 \quad \text{wz. 2}$$

Jednak dla ciała rzeczywistego:

$$W(T) = \varepsilon \sigma T^4 \quad \text{wz. 3}$$

$$W_{em} = \varepsilon \sigma S(T^4 - T_0^4) + aS(T - T_0) + bS(T - T_0)^\alpha \quad \text{wz. 4}$$

$$\Delta W_{em} = W_{em2} - W_{em1} = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \sigma S(T^4 - T_0^4) \quad \text{wz. 5}$$

biorąc za jedno z ciał ciało doskonale czarne ($\varepsilon=1$):

$$\Delta W_{em} = (1 - \varepsilon) \sigma S(T^4 - T_0^4) \quad \text{wz. 6}$$

$$W=UI \quad \text{wz. 7}$$

gdzie:

$R(T, \lambda)d\lambda$ - moc wypromieniowana przez jednostkę powierzchni ciała

h - to stała Plancka,

k - stała Boltzmana,

c - prędkość światła,

T - temperatura ciała,

λ - długość wypromieniowywanej fali (a właściwie dolna granica przedziału o szerokości $d\lambda$),

$W(T)$ - całkowita energia wypromieniowana przez jednostkę powierzchni ciała doskonale czarnego w jednostce czasu,

σ - stała Stefana - Boltzmana,

ε - zdolność absorpcyjną (emisyjna) ciała ($0,04 < \varepsilon < 0,08$ - dla gładkiego aluminium),

W_{em} - moc wypromieniowana przez ciało,

T_0 - temperatura otoczenia,

S - powierzchnia ciała,

a - współczynnik opisujący przewodnictwo,

b i α - współczynniki opisujące konwekcję,

ΔW_{em} - różnica mocy wypromieniowanych przez dwa ciała o identycznej powierzchni i temperaturze, znajdujących się w takich samych warunkach (stałe a , b i α nie zmieniają się),

W – moc dostarczana do ciała (przy pomocy grzałki elektrycznej),

U – napięcie przyłożone do grzałki,

I – natężenie prądu płynącego przez grzałkę.

Przebieg doświadczenia

Układ pomiarowy składał się z dwóch walców aluminiowych, zasilacza, amperomierza, dwóch woltomierzy i dwóch termopar podłączonych do mierników uniwersalnych (również działających jako woltomierze). Walce nałożone były na druty oporowe, tak że można je było podgrzewać przepuszczając przez druty prąd o odpowiednim natężeniu. Opory te podłączone były szeregowo z zasilaczem i amperomierzem. Za pomocą woltomierzy mierzone były napięcia na grzałkach. Tak zbudowany układ pozwalał na podgrzewanie walców przy jednoczesnym pomiarze mocy na to traconej na każdym z ciał. Moc ta zależała oczywiście od U i od I , gdzie U to napięcie na grzałce, a I to natężenie prądu płynącego przez układ. Gdy walce osiągną stan równowagi z otoczeniem moc ta będzie musiała być równa mocy emitowanej przez walce.

Do pomiaru temperatury walców służyły termopary. Wewnątrz każdego z walców umieszczona była jedna końcówka termopary, druga zaś znajdowała się w mieszaninie wody z lodem (temperatura 273 K). Zapewniało to stabilny punkt odniesienia. Do pomiaru napięcia na termoparach używawano dwóch woltomierzy cyfrowych. Temperaturę odpowiadającą mierzonym napięciom odczytywano z charakterystyki termopary konstantant -miedz. Układ dążył do równowagi asymptotycznie więc ważna było aby zebrać pomiary w momencie gdy były one już stabilne w granicach błędów.

Wyniki i wnioski

Walce użyte w doświadczeniu miały następujące wymiary:

długość $l = 7,22 \pm 0,01$ cm

średnicę $d = 1,21 \pm 0,01$ cm

czyli pole powierzchni walca jest równe:

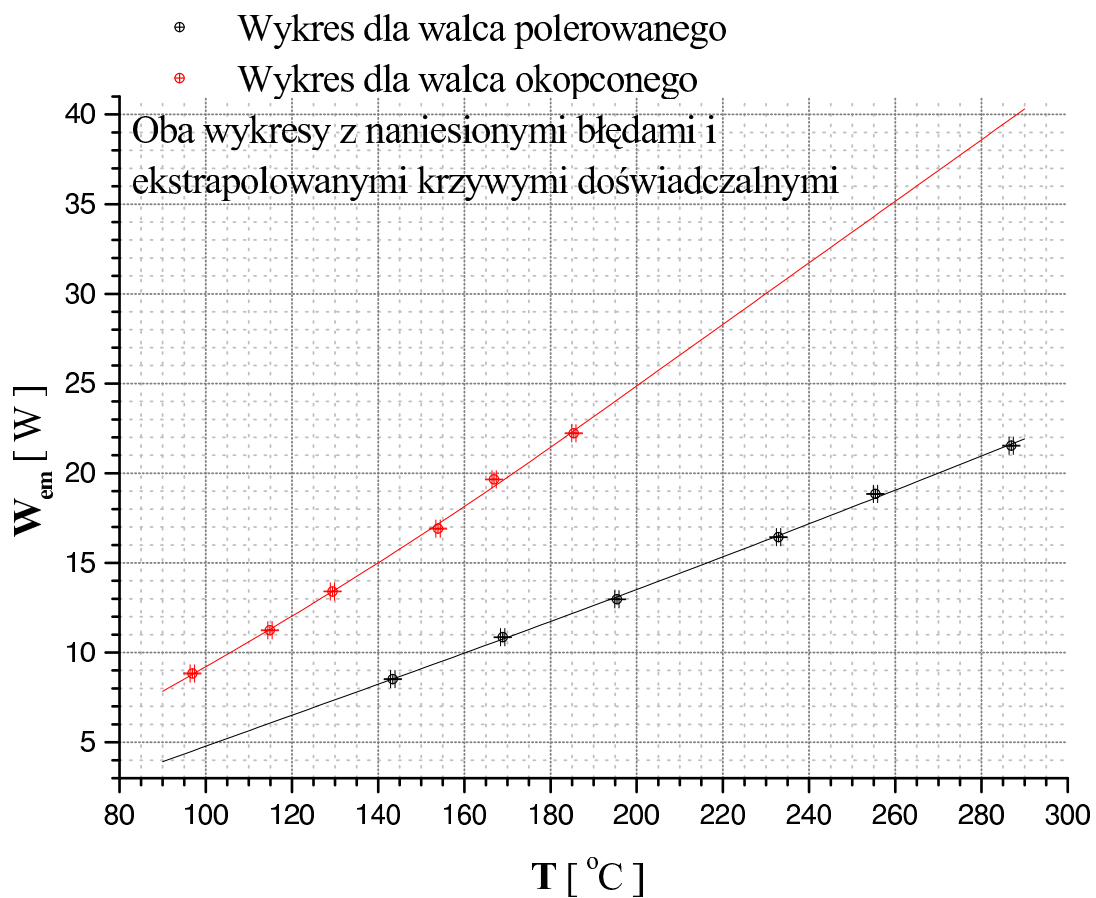
$$S = 29,75 \pm 0,27 \text{ cm}^2$$

Temperatura otoczenia wynosiła:

$$T_0 = 293,1 \pm 0,1 \text{ K}$$

Na wykresie 1 przedstawiono zależności mocy W_{em} emitowanej przez oba walce w zależności od temperatury. Ponieważ pomiary były dokonywane dla jednakowych mocy W_{em} , temperatury walców były różne.

Do obliczenia ΔW_{em} potrzebna jest znajomości mocy emitowanej przez walce w jednakowych temperaturach. Dlatego dokonana została interpolacji pomiędzy punktami pomiarowymi dla obu walców.



wyk. 1 Zależności mocy wypromieniowywanej walce od ich temperatury.

Różnice ΔW_{em} w zależności od T^4 , odłożone zostały na wykresie 2.

Ze względu na niedokładność związaną z interpolacją postanowiłem w dalszych rozważaniach nie brać pod uwagę następujących punktów:

- pierwszych dwóch z serii „czerwonej”,
- trzech ostatnich z serii „czarnej”.

Widać, że punkty pomiarowe układają się mniej więcej na prostej. Współczynnik kierunkowy tej prostej powinien być równy:

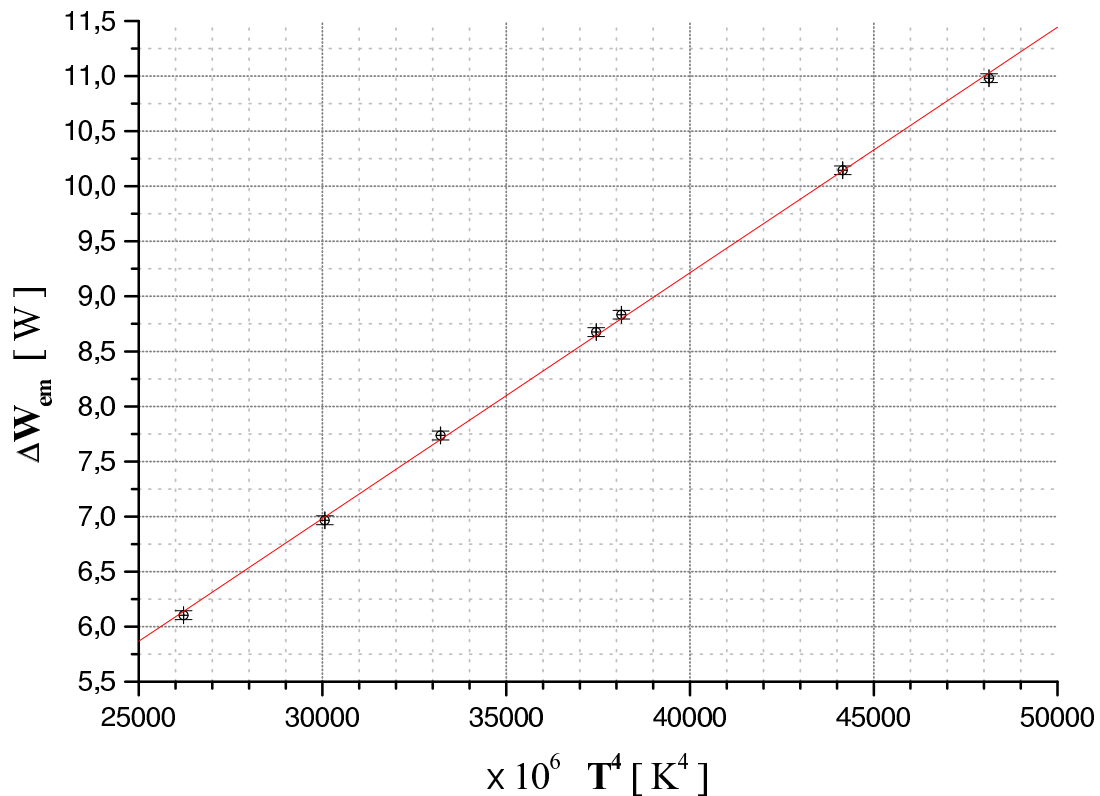
$$A = (1 - \varepsilon)S\sigma.$$

Otrzymana wartość:

$$A = 0,00223 \pm 0,000021 \times 10^{-6} \text{ W/K}^4$$

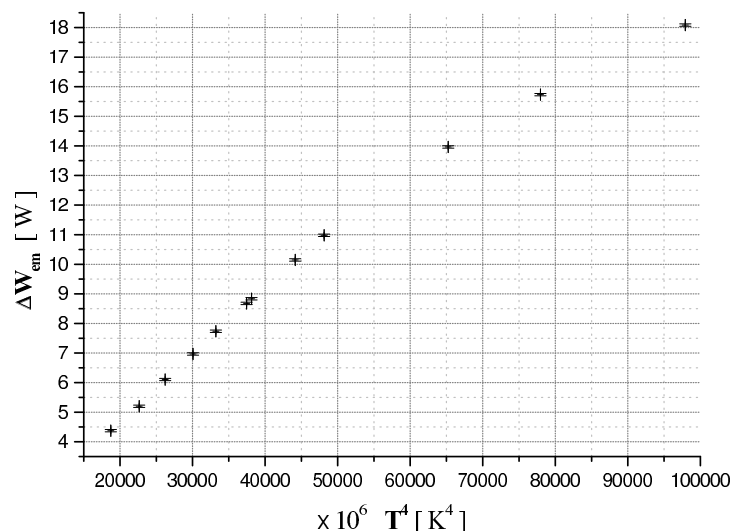
która oznacza, że:

$$\sigma = 8,14 \pm 0,11 \times 10^{-7} \text{ W/(m}^2\text{K}^4)$$



wyk. 2. Zależność ΔW_{em} od temperatury w czwartej potęgze.

Jest to wartość około czternastu razy większa niż wartość przewidywana teoretycznie, wynosząca $5,67 \times 10^{-8} W/(m^2 K^4)$. Trudno powiedzieć co jest przyczyną tak dużej rozbieżności pomiędzy otrzymanym wynikiem, a wartością tablicową, zwłaszcza, że niepewności pomiarowe są za małe, aby ją uzasadnić. Przyczyn może być wiele, na przykład usterki aparatury pomiarowej (na początku ćwiczenia jakiś element obwodu nie zwierał i dopiero po rozmontowaniu układu i ponownym zmontowaniu zaczął działać). Możliwe jest również, że użyty do doświadczenia walec aluminiowy miał zdolność absorpcyjną większą niż przyjmowane 4 - 8%. Nie mogłoby to jednak tłumaczyć w całości powstałej rozbieżności, gdyż rozsądne poprawki jakie można wprowadzić w związku z tym, są zbyt małe. Możliwe jest również, że nie spełnione są inne założenia dotyczące mechanizmów emitowania przez walce energii. Na przykład współczynniki a , b i α są różne dla obu walców. Taką hipotezę potwierdza również wykres dla wszystkich $\Delta W_{em}(T^4)$ (z punktami pominiętymi wcześniej):



Wyniki doświadczenia trudno uznać za zadowalające. Otrzymana wartość stałej Stefana-Boltzmana nie zgadza się z wartością tablicowa nawet co do rzędu wielkości. Pierwszym krokiem do wyjaśnienia tak dużej rozbieżności powinno być sprawdzenie czy aparatura użyta w doświadczeniu jest rzeczywiście sprawna. Jednak przede wszystkim należało by się zastanowić nad stroną teoretyczną. Z ostatniego wykresu wynika wyraźnie że zakładana liniowość zależności ΔW_{em} od T^4 nie sprawdza się. Możliwe że lokalne przybliżenie funkcją liniową jest dobre w odpowiednio małych przedziałach temperatur, ale wtedy dostaje się lokalne stałe $S - B$, co samo brzmi już dosyć dziwnie. Najprawdopodobniej to doświadczenie nie przebiega zgodnie z przewidywaniami z powodu wad termopar, (naczynie z wodą i lodem było stale kontrolowane i zawsze znajdowała się w nim mieszanina lodu i wody) .