

**Kacper Kulczycki**

Zadanie 86

**Badanie szeregowego obwodu rezonansowego**

Warszawa 2001

## Wstęp

Celem doświadczenia jest zbadanie własności szeregowego układu rezonansowego i wyznaczenie jego charakterystycznych wielkości i zależności.

## Teoria

$$E = E_0 \cos(\omega t) \quad \text{wz.1}$$

$$\omega = 2\pi v \quad \text{wz.2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{wz.3}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad \text{wz.4}$$

$$\sigma = \frac{I_{\text{rez}}}{E\omega_0 C} \quad \text{wz.5}$$

$$E_C = I_{\text{rez}} \frac{1}{\omega_0 C} \quad \text{wz.6}$$

gdzie:

$E$  – siła elektromotoryczna generatora,

$E_0$  – amplituda drgań SEM generatora,

$\omega$  - częstość drgań napięcia na generatorze,

$t$  – czas,

$\omega_0$  - częstość rezonansowa obwodu,

$v$  - częstotliwość drgań napięcia w obwodzie,

$L$  – indukcyjność obwodu,

$C$  – pojemność obwodu,

$R$  – oporność rzeczywista obwodu

$\varphi$  - przesunięcie fazowe między napięciem i natężeniem prądu w obwodzie,

$\sigma$  - dobroć obwodu,

$I_{\text{rez}}$  – skuteczne natężenie prądu w obwodzie przy częstości rezonansowej,

$E_C$  – napięcie na kondensatorze przy częstości rezonansowej drgań prądu w obwodzie,

## Przebieg doświadczenia

Pierwszą czynnością było odczytanie wartości oporów oporników i pojemności kondensatorów aparatury ( błędy odczytanych wartości, zgodnie z danymi producenta obarczone błędem pięć procent ), oraz dostrojenie.

Pierwszym pomiarem było zbadanie zależności napięcia generatora od częstotliwości drgań prądu w obwodzie.

Następne pomiary napięcia na oporze, generatorze i częstotliwości, wykonywane były dla trzech obwodów ( ta sama cewka, ale zmieniane oporniki i kondensatory ). Przy pierwszym obwodzie nie sprawdziliśmy częstości rezonansowej ( zerowe przesunięcie w fazie jednego

napięcia względem drugiego ). Musieliśmy, więc wykonać aż czternaście pomiarów ( w pozostałych przypadkach - po dziesięć ).

Trzeci pomiar polegał na podaniu na odchylenie pionowe napięcia na oporze, a napięcia na generatorze, na odchylenie poziome ( obrazem była elipsa, która przy częstotliwości rezonansowej redukowała się do prostej ), i odczytaniu częstotliwości podawanej przez generator. ( Ponieważ linię obserwować można było dla pewnych przedziałów częstości zbieraliśmy po trzy wartości częstotliwości „ rezonansowych ” dla każdego zestawu i uśredniliśmy wynik.

Kolejny pomiar dotyczący dobroci układu polegał na mierzeniu napięcia na kondensatorze i na generatorze przy częstotliwości rezonansowej ( ponieważ bardzo trudno było ustawić żadaną wartość częstotliwości – wahania częstości - wykonaliśmy pomiar dla częstości jak najbardziej zbliżonych do rezonansowych ).

Ostatnią mierzoną wielkością była indukcyjność i opór cewki, wykonany miernikiem uniwersalnym.

Podczas wszystkich pomiarów, dla zmniejszenia błędu przy pomiarze oscyloskopem odczytywaliśmy wartości różnicy napięć maksymalnych i minimalnych.

Częstotliwość odczytywaliśmy ze wskazań wyświetlacza generatora.

Ciekawostką może być to że przy pewnych częstościach występował w rdzeniu znaczący efekt Brakhausena i dawało się usłyszeć bzyczenie.

Z kolei przy odczycie z oscyloskopu, przy częstotliwości rezonansowej dawało się zaobserwować efekt płynięcia ( dodatkowe oscylacje miały tak niewielką amplitudę że objawiały się „ punktowymi ” zmianami jasności krzywych kreślonych na ekranie ).

Ostatnią ciekawą obserwacją było to że obwody przy dużych częstościach wpadały ponownie w rezonans ( prawdopodobnie wynikało to z rezonansu obwodu złożonego z obwodu badanego i urządzeń pomiarowych, wraz z przewodami łączącymi ).

## Wyniki i wnioski

We wszystkich układach używana była ta sama cewka:

$$\underline{L = 0,010290 \pm 0,000005 \text{ H}}$$

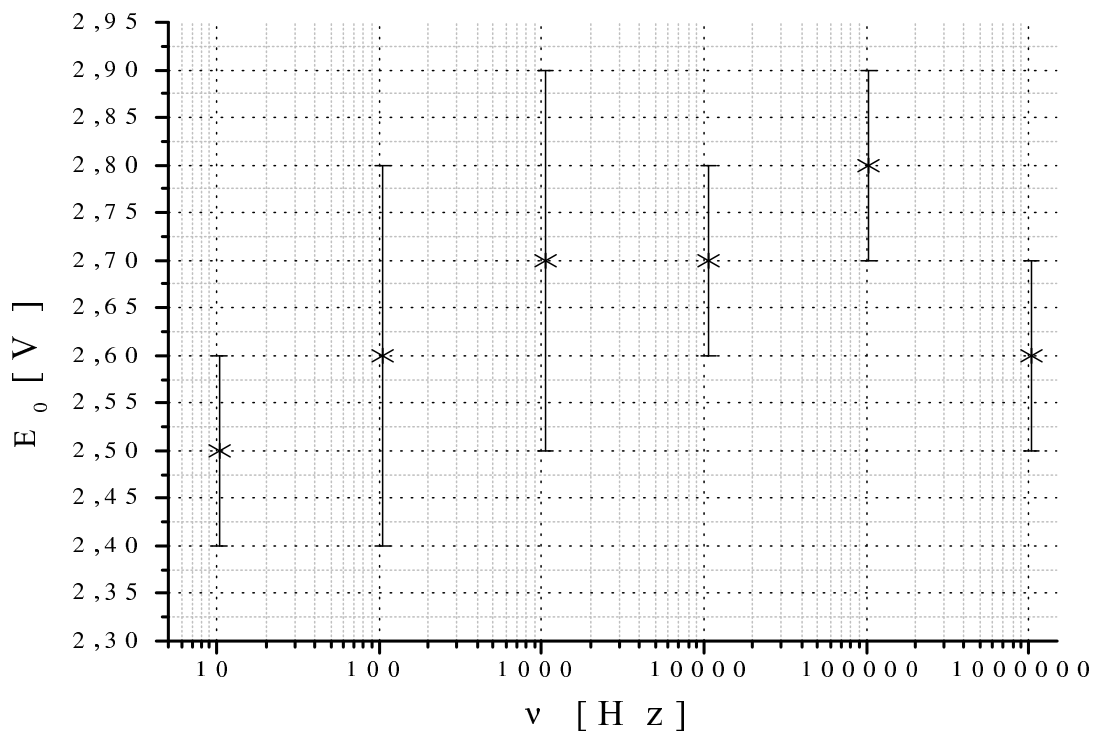
$$R_L = 18,30 \pm 0,01 \ \Omega \text{ ( opór uzwojenia cewki )}$$

Zależności amplitudy napięcia podawanego przez generator od częstotliwości drgań prądu w obwodzie pokazuje tabela:

$E_0$ [V]	$\Delta E_0$ [V]	$\nu$ [Hz]	$\Delta \nu$ [Hz]
2,5	0,1	10,422	0,001
2,6	0,2	105,28	0,01
2,7	0,2	1049,0	0,5
2,7	0,1	10600	10
2,8	0,1	104310	5
2,6	0,1	1043000	100

Oraz wykres:

( Błędy  $\Delta \nu$  są tak małe że nawet nie da się ich zaznaczyć na wykresie. )



Widać więc że napięcie na generatorze zależało od częstotliwości ( nie podejmuję się jednak określać tej zależności )

*Obwód 1:*

$$R_R = 51,00 \pm 2,55 \Omega$$

$$\underline{C = (3,3 \pm 0,165) \times 10^{-6} \text{ F}}$$

$$\underline{R = 69,30 \pm 2,55 \Omega}$$

$$\underline{\sigma = 2,4 \pm 1,3 \text{ ( } \omega = 5343,85 \pm 0,31 \text{ Hz )}}$$

$$\omega_0 = 5430 \pm 270 \text{ Hz ( ze wz.3 )}$$

$$\omega_0 = 5364,58 \pm 0,18 \text{ Hz ( zmierzone „ metodą elipsy ” )}$$

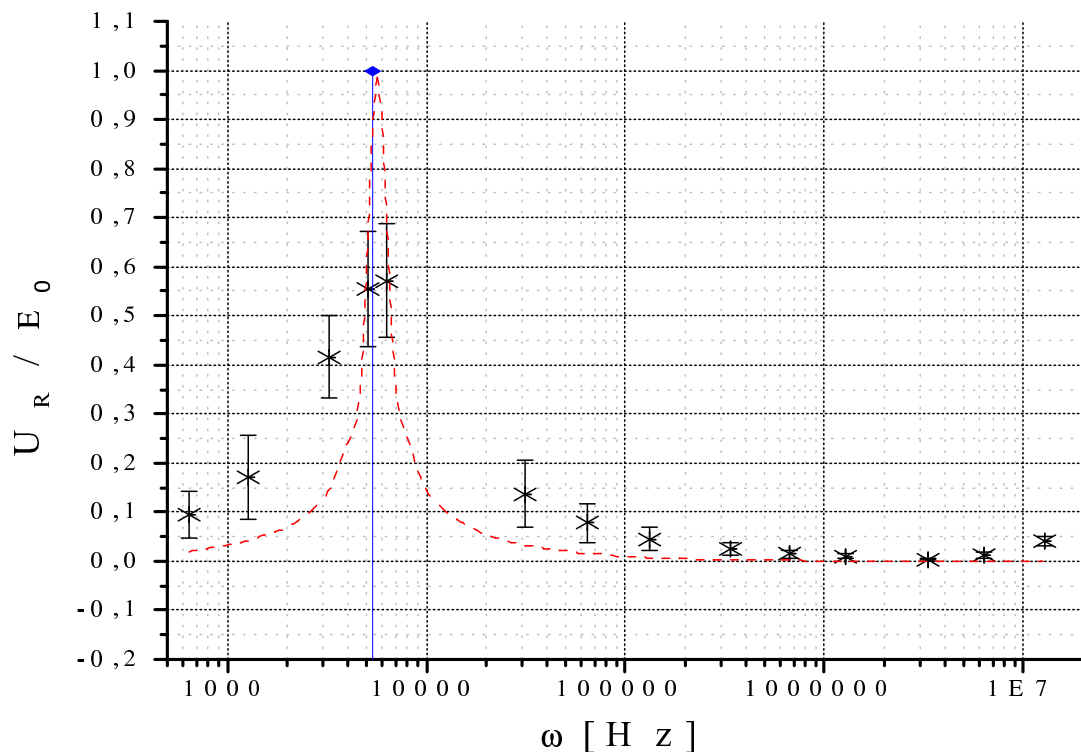
ostatecznie więc( średnia ważona ):

$$\underline{\omega_0 = 5364,58 \pm 0,18 \text{ Hz}}$$

Zależność, stosunku amplitud napięcia na oporniku do napięcia generatora, od częstości drgań pokazuje wykres:

( Wartość teoretyczna  $\omega_0$  została zaznaczona prostą. )

Krzywe dopasowane numerycznie, metodą najmniejszych kwadratów, przy użyciu programu Origin 5.0.



Widać więc że rzeczywiście punkty doświadczalne układają się wokół częstotliwości rezonansowej ( maksimum ). Ponowny wzrost wartości  $U_R / E_0$  spowodowany jest wspomnianym efektem „ dwóch częstotliwości rezonansowych ” w układzie.

Dopasowana krzywa:

$\chi^2 = 0.01122$  ( Prawdopodobieństwo uzyskania przynajmniej takiej wartości  $\chi^2 \approx 100\%$  )

$R = 9.38667 \pm 2014.9626 \ \Omega$ $L = 0.00931 \pm 1.99739 \ \text{H}$ $C = ( 3.3 \pm 710 ) \times 10^{-6} \ \text{F}$	}	Jest to bardzo marne dopasowanie, bo wszystkie te wartości mogłyby być zerowe w granicy błędu. Niemniej jednak krzywa odpowiada przewidywanemu kształtowi
---	---	---

Obwód 2:

$$R_R = 51,00 \pm 2,55 \ \Omega$$

$$\underline{C = ( 0,47 \pm 0,0235 ) \times 10^{-6} \ \text{F}}$$

$$\underline{R = 69,30 \pm 2,55 \ \Omega}$$

$$\underline{\sigma = 2,75 \pm 0,61 \ ( \omega = 14659,614 \pm 0,063 \ \text{Hz} )}$$

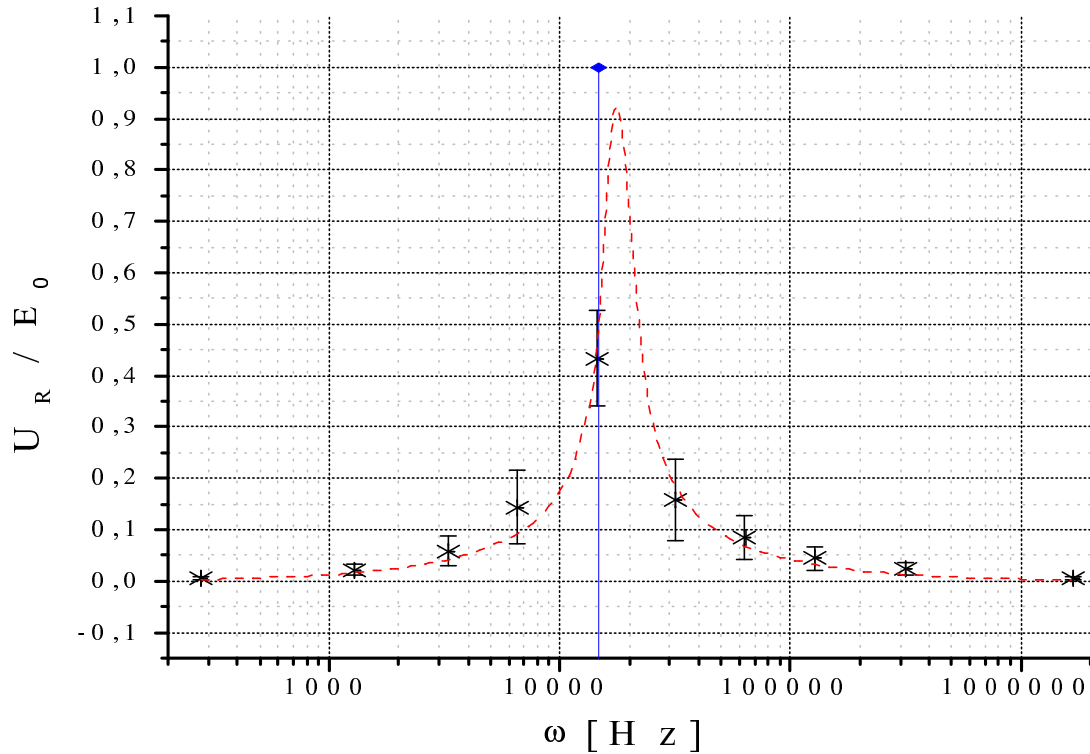
$$\omega_0 = 14380 \pm 720 \ \text{Hz} \ ( \text{ze wz.3} )$$

$$\omega_0 = 14642,29 \pm 0,44 \ \text{Hz} \ ( \text{zmierzone „ metodą elipsy ”} )$$

ostatecznie więc( średnia ważona ):

$$\underline{\omega_0 = 14642,29 \pm 0,44 \ \text{Hz}}$$

Zależność, stosunku amplitud napięcia na oporniku do napięcia generatora, od częstotliwości drgań pokazuje wykres:  
 ( Wartość teoretyczna  $\omega_0$  została zaznaczona prostą. )



Tu również widać że punkty doświadczalne układają się wokół częstotliwości rezonansowej ( gdzie mają maksimum ). Jednocześnie można zauważyć, że wartość  $U_R / E_0$  jedynie w teorii ma wartość 1 przy częstotliwości  $\omega_0$ , oraz wyraźną rozbieżność ok. 2700 Hz teoretycznej  $\omega_0$  i  $\omega$  w maksimum.

Dopasowana krzywa:

$\chi^2 = 0.00059$  ( Prawdopodobieństwo uzyskania przynajmniej takiej wartości  $\chi^2 \approx 100\%$  )

$$\begin{aligned} R &= 36.33018 \pm 4120.53908 \Omega \\ L &= 0.00902 \pm 1.0282 \text{ H} \\ C &= ( 3.4034 \pm 400 ) \times 10^{-6} \text{ F} \end{aligned}$$

} Znowu marne dopasowanie - wszystkie te wartości w granicy błędu mogą być zerowe. Jednak krzywa odpowiada przewidywanemu kształtowi

Obwód 3:

$$R_R = 200 \pm 10 \Omega$$

$$\underline{C = ( 3,3 \pm 0,165 ) \times 10^{-6} \text{ F}}$$

$$\underline{R = 218 \pm 10 \Omega}$$

$$\underline{\sigma = 2,4 \pm 1,3 ( \omega = 5414,85 \pm 0,31 \text{ Hz } )}$$

$$\omega_0 = 5430 \pm 270 \text{ Hz ( ze wz.3 )}$$

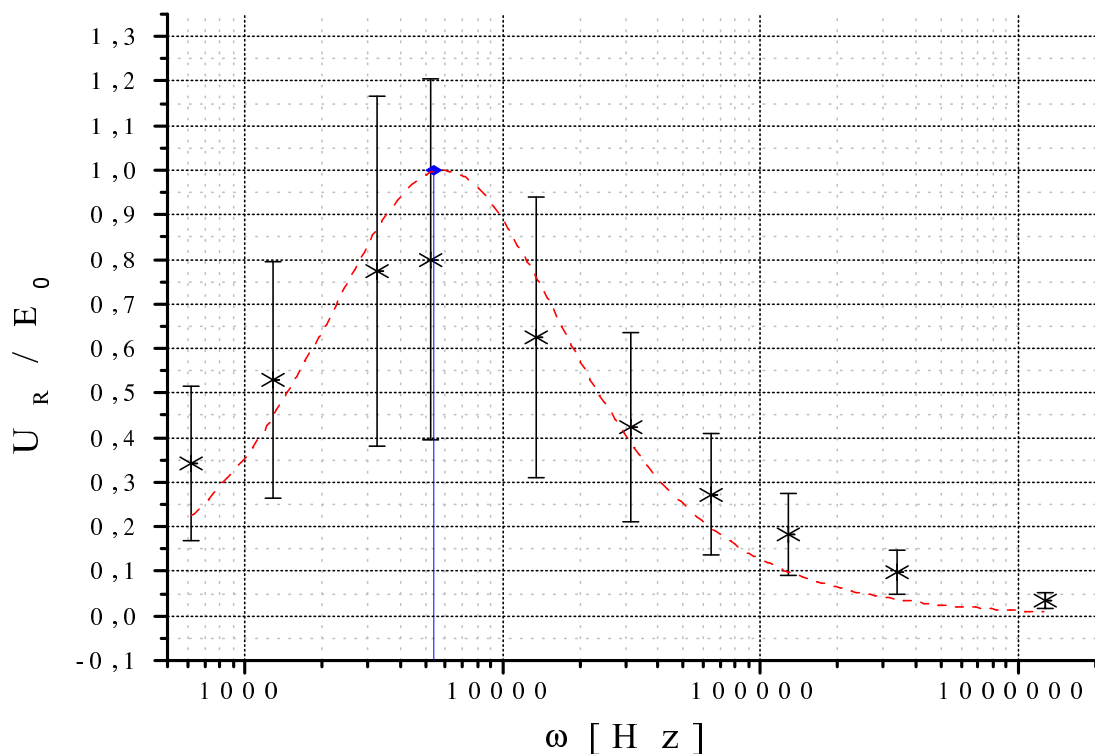
$\omega_0 = 5432,44 \pm 0,18 \text{ Hz}$  ( zmierzone „, metodą elipsy ” )

ostatecznie więc( średnia ważona ):

**$\omega_0 = 5432,44 \pm 0,18 \text{ Hz}$**

Zależność, stosunku amplitud napięcia na oporniku do napięcia generatora, od częstości drgań pokazuje wykres:

( Wartość teoretyczna  $\omega_0$  została zaznaczona prostą. )



Tu też widać to co na poprzednich wykresach.

Dopasowana krzywa:

$\chi^2 = 0.01499$  ( Prawdopodobieństwo uzyskania przynajmniej takiej wartości  $\chi^2 \approx 100\%$  )

$R = 129,31167 \pm 7780,27933 \Omega$

$L = 0,01012 \pm 0,60871 \text{ H}$

$C = ( 2,8659 \pm 170 ) \times 10^{-6} \text{ F}$

} Tak samo marne dopasowanie,  
jednak krzywa odpowiada  
przewidywanemu kształtowi

Na końcu można stwierdzić, że „, metoda elipsy ” daje znacznie dokładniejszą wartość  $\omega_0$  niż pośrednia metoda wyznaczania  $\omega_0$  ze zmierzonych L i C.

Ostatecznym wnioskiem natomiast może być to, że jak każdy model, rezonansowy obwód szeregowy RLC wymaga odpowiednich warunków, aby mógł być stosowany.