

**Kacper Kulczycki**

Zadanie O1

**Załamanie światła**

Warszawa 2001

## Wstęp

Celem doświadczenia było wyznaczenie ogniskowych:

- a. soczewki skupiającej – metodą:
  - I. obserwacji odległości obrazu w zależności od odległości przedmiotu od soczewki,
  - II. obserwacji wielkości obrazu w zależności od odległości przedmiotu od soczewki,
  - III. Bessela,
- b. innej soczewki skupiającej – dowolną metodą ( najlepsza jest metoda Bessela ),
- c. układów:
  - I. dwóch soczewek skupiających,
  - II. soczewki skupiającej i rozpraszającej ( czyli, również samej soczewki rozpraszającej ).( Obydwie metodą Bessela. )

## Teoria

Ad. a. I.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f} \quad \text{wz.1.}$$

Ad. a. II.

$$\frac{h}{h'} = \frac{x}{y} \quad \text{wz.2.}$$

Czyli po podstawieniu:

$$f = \frac{xh'}{h + h'} \quad \text{wz.3.}$$

Ad. a. III. i b.

$$f = \frac{d^2 - a^2}{4d} \quad \text{wz.4.}$$

gdzie:

f – ogniskowa soczewki,

x – odległość przedmiotu od soczewki,

y – odległość obrazu od soczewki,

h – wysokość przedmiotu,

h' – wysokość obrazu,

d – odległość przedmiotu od ekranu,

a – odległość między dwoma położeniami soczewki, przy których powstają wyraźne obrazy.

Ad. c.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{s}{f_1 f_2} \quad \text{wz.5.}$$

Co po przekształceniu daje:

$$f_2 = \frac{f(f_1 - s)}{f_1 - f} \quad \text{wz.6.}$$

$$f = \frac{(d - k)^2 - a^2}{4(d - k)} \quad \text{wz.7.}$$

Czyli porównując ogniskową dla dwóch przypadków odległości ekranu od przedmiotu:

$$\frac{(d_1 - k)^2 - a_1^2}{d_1 - k} = \frac{(d_2 - k)^2 - a_2^2}{d_2 - k} \quad \text{wz.8.}$$

Co po przekształceniu daje:

$$k = \frac{d_1^2 - d_2^2 - a_1^2 + a_2^2 \pm \sqrt{d_1^4 + d_2^4 + a_1^4 + a_2^4 - 4d_1^3 d_2 - 4d_2^3 d_1 + 6d_1^2 d_2^2 - 2d_1^2 a_1^2 + -2d_1^2 a_2^2 - 2d_2^2 a_1^2 - 2d_2^2 a_2^2 + 4d_1 d_2 a_1^2 + 4d_1 d_2 a_2^2}}{d_1 - d_2} \quad \text{wz.9.}$$

gdzie:

f – ogniskowa układu,

f<sub>1</sub> – ogniskowa pierwszej soczewki,

f<sub>2</sub> – ogniskowa drugiej soczewki,

s – odległość między soczewkami,

d – odległość przedmiotu od ekranu,

a – odległość między dwoma położeniami układu, przy których powstają wyraźne obrazy,

k – odległość między płaszczyznami głównymi,

d<sub>1</sub>, a<sub>1</sub> – pierwsza odległość przedmiotu od ekranu i odpowiadająca jej odległość między dwoma położeniami układu, przy których powstają wyraźne obrazy,

d<sub>2</sub>, a<sub>2</sub> – analogiczne wielkości dla innej odległości między ekranem i przedmiotem.

( We wzorze 9. wybieramy takie k, którego wartość bezwzględna jest mniejsza. )

### Przebieg doświadczenia

Podczas doświadczenia używany był zestaw złożony z:

- oświetlacza z przesłoną w kształcie jedynek,
- ekranu,
- soczewki lub układu soczewek,

wszystkie te elementy umieszczone były na ławie optycznej.

Dla uzyskania stałych odległości między soczewkami w przypadku „ c. I. ” soczewki zostały zsunięte, tak że ich podstawy stykały się, a w przypadku „ c. II. ” między podstawy soczewek

została włożona ekierka ( najkrótszym bokiem, równoległe do ławy optycznej ). Wartości kolejnych odległości, szczytywane były ze skali umieszczonej na ławie optycznej. Niepewności natomiast były oceniane na podstawie „głębokości ostrości”.

## Wyniki i wnioski

Dla soczewki „a” oznaczonej +200

Ad. a. I.

| x [m]  | $\Delta x$ [m] | y [m] | $\Delta y$ [m] | $f_a$ [m] | $\Delta f_a$ [m] |
|--------|----------------|-------|----------------|-----------|------------------|
| 0,2850 | 0,0017         | 0,71  | 0,02           | 0,2033    | 0,0050           |
| 0,3850 | 0,0017         | 0,424 | 0,015          | 0,2018    | 0,0062           |
| 0,4850 | 0,0017         | 0,34  | 0,01           | 0,2009    | 0,0061           |

Czyli średnia ważona:

$$\underline{f_a = 0,2022 \pm 0,033 \text{ m}}$$

( Oznaczenie soczewki, jest więc jej przybliżoną ogniskową, wyrażoną w milimetrach. )

Ad. a. II.

| x [m]  | $\Delta x$ [m] | h [m] | $\Delta h$ [m] | h' [m] | $\Delta h'$ [m] | $f_a$ [m] | $\Delta f_a$ [m] |
|--------|----------------|-------|----------------|--------|-----------------|-----------|------------------|
| 0,2850 | 0,0017         | 0,013 | 0,001          | 0,030  | 0,001           | 0,1988    | 0,0052           |
| 0,2510 | 0,0017         | 0,013 | 0,001          | 0,055  | 0,001           | 0,2030    | 0,0034           |
| 0,3350 | 0,0017         | 0,013 | 0,001          | 0,019  | 0,001           | 0,1989    | 0,0076           |

Średnia ważona:

$$\underline{f_a = 0,2014 \pm 0,0026 \text{ m}}$$

Ad. a. III.

| a [m]  | $\Delta a$ [m] | d [m]  | $\Delta d$ [m] | $f_a$ [m] | $\Delta f_a$ [m] |
|--------|----------------|--------|----------------|-----------|------------------|
| 0,547  | 0,005          | 1,0850 | 0,0017         | 0,2023    | 0,0013           |
| 0,6620 | 0,0092         | 1,1850 | 0,0017         | 0,2038    | 0,0026           |
| 0,778  | 0,005          | 1,2850 | 0,0017         | 0,2035    | 0,0015           |
| 0,4160 | 0,0072         | 0,9850 | 0,0017         | 0,2023    | 0,0015           |

Średnia ważona:

$$\underline{f_a = 0,20276 \pm 0,00078 \text{ m}}$$

( Widać, że jest to najdokładniejsza metoda. )

Biorąc ostatecznie średnią ważoną wyników trzech metod:

$$\underline{f_a = 0,20263 \pm 0,00073 \text{ m}}$$

Ad. b.

Dla soczewki „ b ” oznaczonej +136

| a [m]  | $\Delta a$ [m] | d [m]  | $\Delta d$ [m] | $f_b$ [m] | $\Delta f_b$ [m] |
|--------|----------------|--------|----------------|-----------|------------------|
| 0,5450 | 0,0036         | 0,8850 | 0,0017         | 0,1373    | 0,0011           |
| 0,6550 | 0,0028         | 0,9850 | 0,0017         | 0,1374    | 0,0010           |
| 0,7610 | 0,0036         | 1,0850 | 0,0017         | 0,1378    | 0,0013           |

Biorąc średnią ważoną, ostatecznie dostajemy:

$$\underline{f_b = 0,13747 \pm 0,00063 \text{ m}}$$

Ad. c. I.

Dla układu „ U1 ” soczewek +200 i +136:

| a [m]  | $\Delta a$ [m] | d [m]  | $\Delta d$ [m] |
|--------|----------------|--------|----------------|
| 1,085  | 0,001          | 1,2850 | 0,0017         |
| 0,9820 | 0,0028         | 1,1850 | 0,0017         |
| 0,778  | 0,001          | 0,9850 | 0,0017         |
| 0,8820 | 0,0014         | 1,0850 | 0,0017         |

Po obliczeniu k ze wzoru 9. dla wszystkich możliwych ( sześciu ) permutacji wartości d ( i a ) wartość k wynosiła zero, przyjąłem więc za jej błąd, średnią kwadratową błędów poszczególnych wartości. Ostatecznie więc:

$$\underline{k = 0 \pm 1900000 \text{ m}}$$

( Widać że jest to bardzo słaby wynik, ze względu na ogromny błąd. )

Stosując już wzór 7. zredukowany do 4.:

| $f_{U1}$ [m] | $\Delta f_{U1}$ [m] |
|--------------|---------------------|
| 0,0922       | 0,0038              |
| 0,0928       | 0,0055              |
| 0,0926       | 0,0036              |
| 0,0920       | 0,0037              |

Czyli wynik ze średniej ważonej:

$$\underline{f_{U1} = 0,0924 \pm 0,0020 \text{ m}}$$

A, odległość między soczewkami wynosiła:

$$\mathbf{s = 0,040 \pm 0,001 \text{ m}}$$

Można więc sprawdzić słuszność wzoru 5. ( po podstawieniu wartości z punktu a. i b. ).  
Uzyskana z niego wartość:

$$\underline{f_{U1} = 0,093 \pm 0,059 \text{ m}}$$

Jest zgodna pod na poziomie ufności  $3\sigma$  z wynikiem metody Bessela.  
Czyli ostatecznie ze średniej ważonej:

$$\underline{f_{U1} = 0,0924 \pm 0,0020 \text{ m}}$$

( Widać że dokładność metody Bessela jest tak duża że zniwelowała wkład do średniej, drugiej wartości. )

Ad. c. II.

Dla układu „ U2 ” soczewek +200 i -100:

| a [m] | $\Delta a$ [m] | d [m]  | $\Delta d$ [m] |
|-------|----------------|--------|----------------|
| 0,269 | 0,017          | 1,1850 | 0,0017         |
| 0,349 | 0,017          | 1,2350 | 0,0017         |
| 0,406 | 0,015          | 1,2850 | 0,0017         |

Znów, po obliczeniu k ze wzoru 9., dla wszystkich możliwych ( tym razem trzech )  
permutacji wartości d ( i a ) wartość k wynosiła zero, przyjąłem więc taką samą metodę  
oszacowania jej błędu. Ostatecznie więc:

$$\mathbf{k = 0 \pm 900 \text{ m}}$$

( Jest to również słaby wynik – błąd nadal jest wielki, chociaż nie tak duży jak w punkcie  
c. I. )

Stosując znów wzór 7. zredukowany do 4.:

| $f_{U2}$ [m] | $\Delta f_{U2}$ [m] |
|--------------|---------------------|
| 0,2810       | 0,0078              |
| 0,2841       | 0,0096              |
| 0,2892       | 0,0098              |

Ostatecznie, ze średniej ważonej:

$$\underline{f_{U2} = 0,2841 \pm 0,0052 \text{ m}}$$

Odległość między soczewkami wynosiła:

$$\underline{s = 0,183 \pm 0,002 \text{ m}}$$

Czyli ogniskowa soczewki rozpraszającej „c” ( ze wzoru 6. ):

$$\underline{f_c = -0,068 \pm 0,016 \text{ m}}$$

Porównując tą wartość z oszacowaniem ( podanym na ramce soczewki (  $f_c = -0,1 \text{ m}$  ) można stwierdzić że są one ze sobą zgodne na poziomie  $3\sigma$ .

Na końcu można zauważyć, że dla takich układów, jakie badałem nie potrzebne jest uwzględnianie odległości wzajemnej płaszczyzn głównych, podczas stosowania metody Bessela.