

Kacper Kulczycki

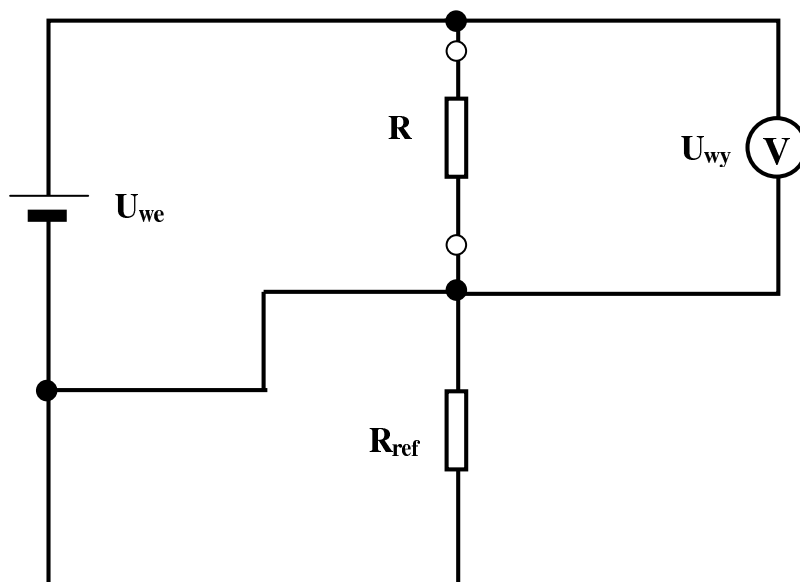
Wyznaczanie oporu

Warszawa 2001

Celem ćwiczenia jest zbadanie rozkładu oporów grupy rezystorów. Do pomiarów wykorzystuje się dzielnik napięcia.

Teoria

Schemat ideowy układu pomiarowego przedstawia rysunek (rys.1).



rys.1

Gdzie:

U_{we} – napięcie wejściowe

R_{ref} – opór wzorcowy

R – opór badanego rezystora

U_{wy} – napięcie wyjściowe na badanym rezystorze

Przy wyznaczaniu R_{ref} za błąd pomiaru (ΔR_{ref}) przyjąłem 0,2% wskazywanej wartości.

Błąd ΔU_{we} – analogicznie 0,05% wyświetlanej wartości.

Natomiast przy ΔU_{wy} posłużyłem się odchyleniem standardowym, ponieważ wkład do błędu samej niedokładności miernika był znikomy.

Wartość R obliczyłem korzystając ze wzoru:

$$\langle R \rangle = \frac{\langle U_{wy} \rangle R_{ref}}{U_{we} - \langle U_{wy} \rangle}$$

Gdzie:

$\langle R \rangle$ – średnia wartość badanych oporów

$\langle U_{wy} \rangle$ – średnia wartość napięcia wyjściowego

Z kolei błąd pomiarowy ΔR uwzględniając propagację małych błędów:

$$\Delta R = \sqrt{\left(\frac{R_{ref} U_{we}}{(U_{we} - \langle U_{wy} \rangle)^2} \right)^2 (\Delta U_{wy})^2 + \left(\frac{R_{ref} \langle U_{wy} \rangle}{(U_{we} - \langle U_{wy} \rangle)^2} \right)^2 (\Delta U_{wy})^2 + \left(\frac{\langle U_{wy} \rangle}{(U_{we} - \langle U_{wy} \rangle)} \right)^2 (\Delta R_{ref})^2}$$

Pomiar

Jako źródła napięcia używałem zasilacza, do zmierzenia R_{ref} użyłem omomierza, a U_{wy} i U_{we} woltomierzem cyfrowego. Układ dzielnika napięcia zmontowałem na uniwersalnej płytce montażowej z gotowymi zaciskami śrubowymi oraz gniazdami radiowymi i BNC.

Wyniki

Wartości zmierzone:

Całkowita ilość oporników = 101 sztuk + opornik wzorcowy

$R_{ref} = 5,073 \text{ k}\Omega$,

$U_{we} = 5,006 \text{ V}$

Oporniki dały wyraźny rozkład na trzy serie. Dlatego zamiast zajmować się rozkładem napięć wyjściowych (oporami, itd.) dla wszystkich rezystorów, będę badał poszczególne serie.

$U_{wy} \text{ [V]}$			
Lp.	seria 1	seria 2	seria 3
1	0,811	2,473	3,286
2	0,811	2,491	3,286
3	0,812	2,492	3,287
4	0,815	2,542	3,292
5	0,820		3,295
6	0,822		3,296
7	0,824		3,297
8	0,833		3,298
9	0,849		3,298
10			3,299
11			3,299
12			3,301
13			3,301
14			3,301
15			3,302
16			3,303
17			3,303
18			3,304
19			3,305
20			3,305
21			3,305
22			3,305
23			3,305
24			3,306
25			3,307
26			3,307
27			3,307
28			3,307
29			3,307

30		3,307
31		3,307
32		3,308
33		3,308
34		3,308
35		3,308
36		3,308
37		3,309
38		3,310
39		3,310
40		3,310
41		3,310
42		3,311
43		3,311
44		3,312
45		3,312
46		3,313
47		3,313
48		3,314
49		3,314
50		3,314
51		3,314
52		3,314
53		3,314
54		3,315
55		3,315
56		3,315
57		3,315
58		3,316
59		3,316
60		3,317
61		3,317
62		3,317
63		3,319
64		3,319
65		3,320
66		3,320
67		3,320
68		3,320
69		3,321
70		3,322
71		3,323
72		3,324
73		3,325
74		3,325
75		3,326
76		3,326
77		3,328

78		3,328
79		3,328
80		3,329
81		3,330
82		3,332
83		3,334
84		3,338
85		3,347
86		3,350
87		3,357
88		3,365

Wartości obliczone:

$$\Delta R_{\text{ref}} = 0,010 \text{ k}\Omega$$

$$\Delta U_{\text{we}} = 0,0025 \text{ V}$$

$\langle U_{\text{wy}} \rangle [\text{V}]$		
seria 1	seria 2	seria 3
0,822	2,500	3,314

$\Delta U_{\text{wy}} [\text{V}]$		
seria 1	seria 2	seria 3
0,012	0,030	0,014

Dla maksymalnej zmierzonej wartości U_{wy} błąd, związany z niedokładnością miernika wynosił 0,0017 V. Odchylenie standartowe było, po zaokrągleniu do dwóch miejsc znaczących, o rząd wielkości większe. Czyli założenie znikomej roli błędów, związanych z aparaturą, przy pomiarach U_{wy} było słuszne.

$\langle R \rangle [\text{k}\Omega]$		
seria 1	seria 2	seria 3
0,996	5,06	9,93

$\Delta R [\text{k}\Omega]$		
seria 1	seria 2	seria 3
0,018	0,12	0,13

Podczas obliczeń zauważyłem że do błędu pomiaru R największy wkład miało odchylenie standartowe U_{wy} . Jest to logiczne ze względu ponieważ jest ono znacząco większe od pozostałych błędów związanych z niedokładnością mierników.

Ostatecznie, po uwzględnieniu błędów pomiarowych:

$$R_{\text{ref}} = 5,073 \pm 0,010 \text{ k}\Omega$$

$$U_{\text{we}} = 5,0060 \pm 0,0025 \text{ V}$$

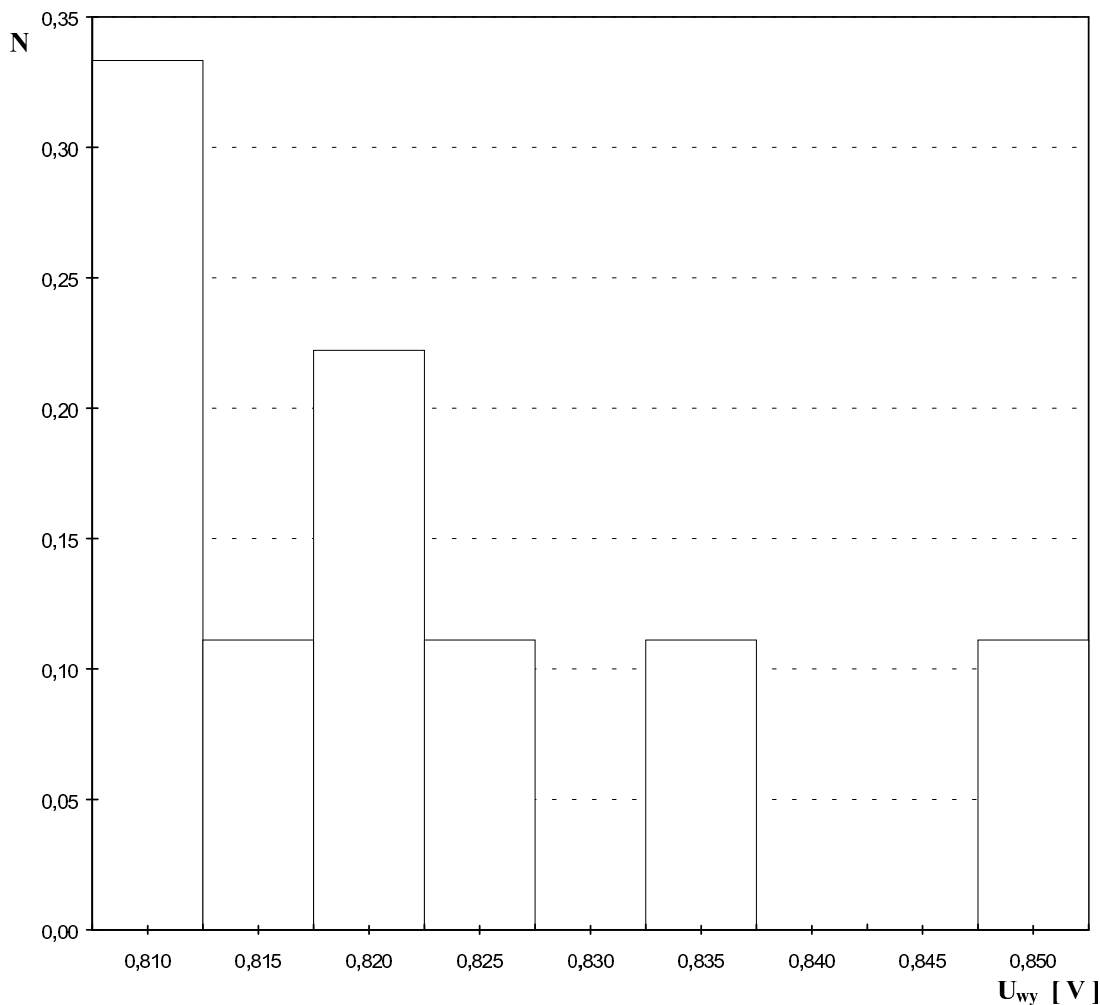
	Oczekiwane $U_{\text{wy}} [\text{V}]$	R [k Ω]
seria 1	$0,822 \pm 0,012$	$0,996 \pm 0,018$
seria 2	$2,500 \pm 0,030$	$5,06 \pm 0,12$
seria 3	$3,314 \pm 0,014$	$9,93 \pm 0,13$

Dyskusja wyników

Jako częstość N oznaczmy stosunek ilości danych oporników do ilości oporników w serii. Natomiast przez prawdopodobieństwo P , iloczyn szerokości przedziałów, do których zsympujemy uzyskane wartości napięć wyjściowych, gęstości prawdopodobieństwa (wyrażonej funkcją Gaussa) i stałej proporcjonalności $\sqrt{2}$.

Można więc sporządzić wykresy $N(U_{\text{wy}})$ i $P(U_{\text{wy}})$ dla poszczególnych serii.

Dla serii 1 nie da się opisać gęstości prawdopodobieństwa krzywą Gaussa. Z wykresu: wyk.1 - $N(U_{\text{wy}})$ dla tej grupy oporników widać że lepiej opisywała by ją krzywa typu : $y = \frac{1}{x}$

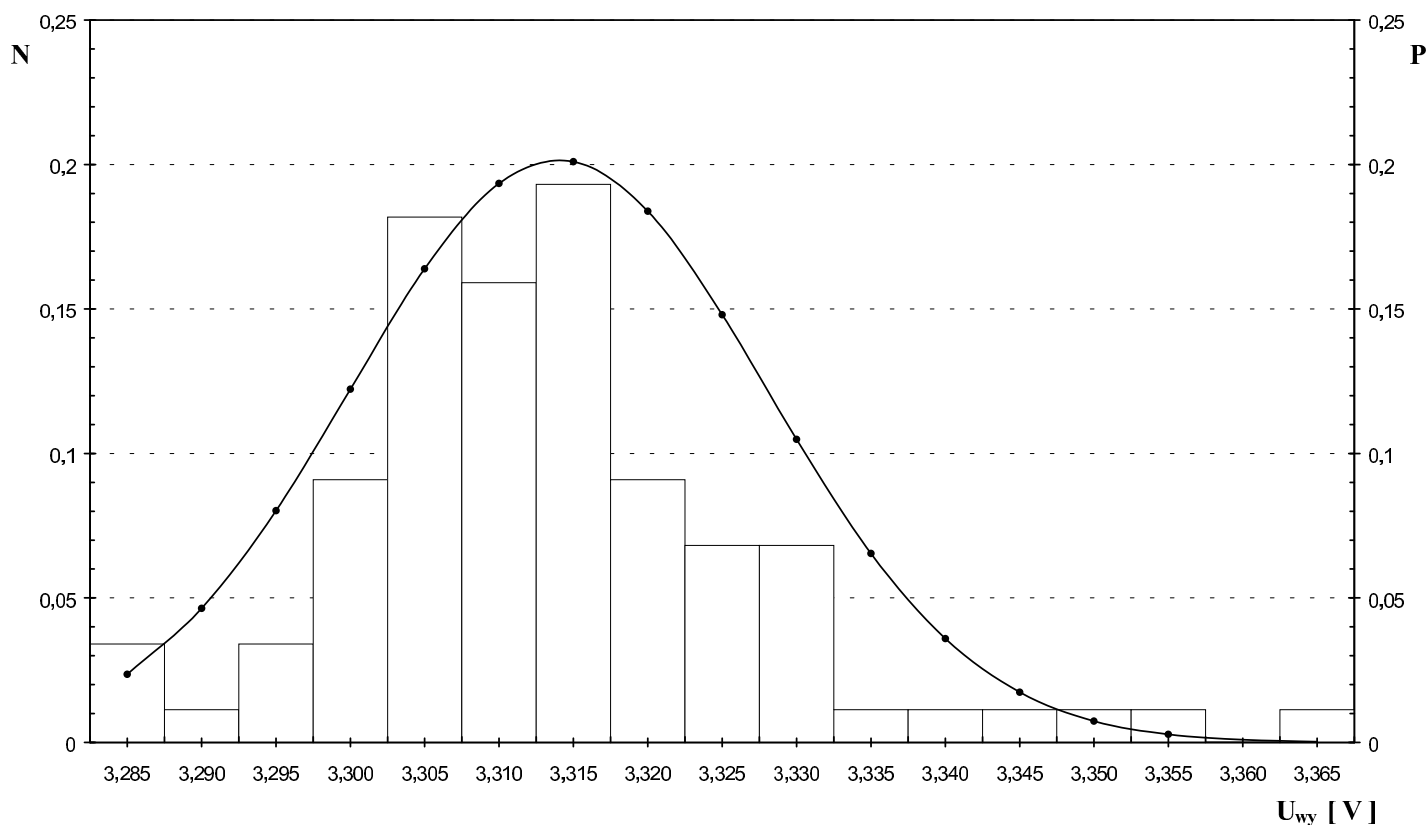


wyk.1 Częstość występowania N dla serii 1, napięcia wyjściowego U_{wy}

Jest to wynikiem małej liczby przedstawicieli tej serii.

Nie zdecydowałem się na rysowanie histogramu serii 2, ze względu na jej małą liczebność (tylko cztery elementy).

Natomiast wykres wyk.2 dobrze ilustruje Gaussowski rozkład napięć wyjściowych U_{wy} , a tym samym oporów poszczególnych oporników. Wynika to przede wszystkim z dużej ilości próbek w serii.



wyk.2 Częstość występowania N i prawdopodobieństwo P dla serii 3 napięcia wyjściowego U_{wy}

W obydwu wykresach biny mają szerokość 0,005 [V]

Standardowo za wartości U_{wy} poszczególnych binów przyjąłem wartości ich środków.

Oczywiście w całym doświadczeniu zakładałem że opór zasilacza jest znikomy, a opór woltomierza jest nieskończenie wielki – nie płynie przez niego żaden prąd. Takie założenia są uprawnione ze względu na duże różnice oporów oporników i tych elementów układu.

Wnioski

W licznych grupach oporników (oczywiście o tych samych teoretycznych oporach) rzeczywisty rozkład oporów może być opisywany Gaussowsko.

Dla względnie dużych oporów dzielnika napięcia opory źródła, jak i spadek napięcia na woltomierzu są zanedbywalne.

Przy bardzo dokładnych miernikach głównym powodem odchylenia od wartości oczekiwanej są błędy przypadkowe.