

mgr M. Ćwiok

**Kacper Kulczycki**

Filtry: rezonansowy, dolno- i  
górnoprzepustowy

**Warszawa 2001**

## Przedmowa

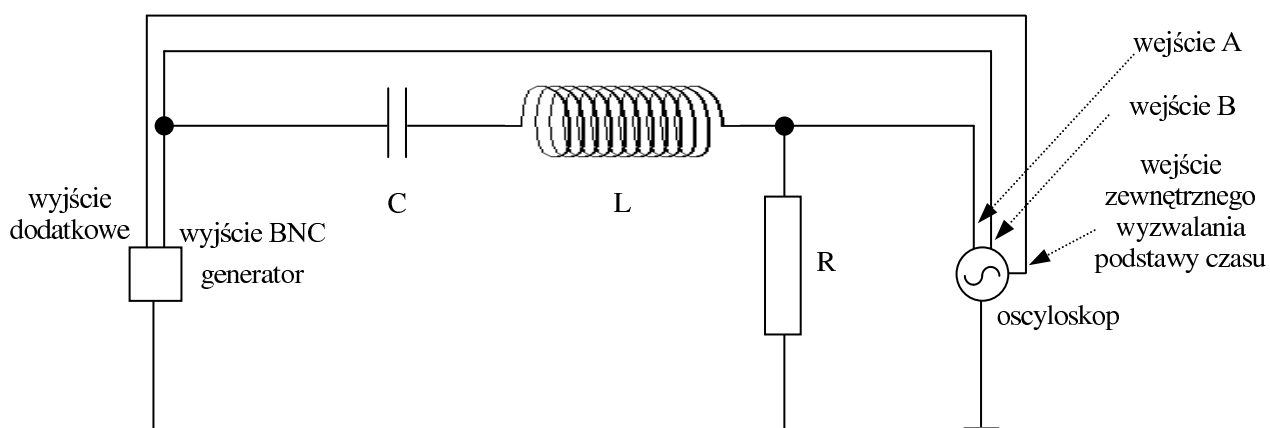
Wykonanie tego ćwiczenia było bardzo czasochłonne. A ze względu na zaburzenia jakie powstały podczas pierwszych pomiarów, musiałem je powtórzyć.

## Wstęp

Celem ćwiczenia jest znalezienie charakterystyk amplitudowych i fazowych filtra rezonansowego oraz obwodu całkującego i różniczkującego.

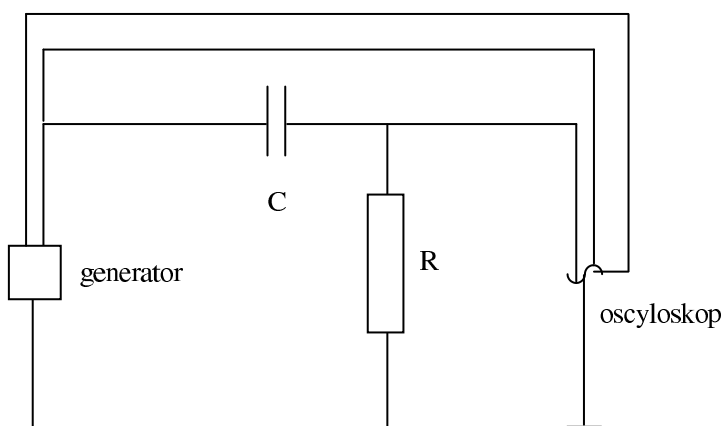
## Teoria

Do pomiarów własności filtra rezonansowego wykorzystuje się układ pokazany na rys.1.



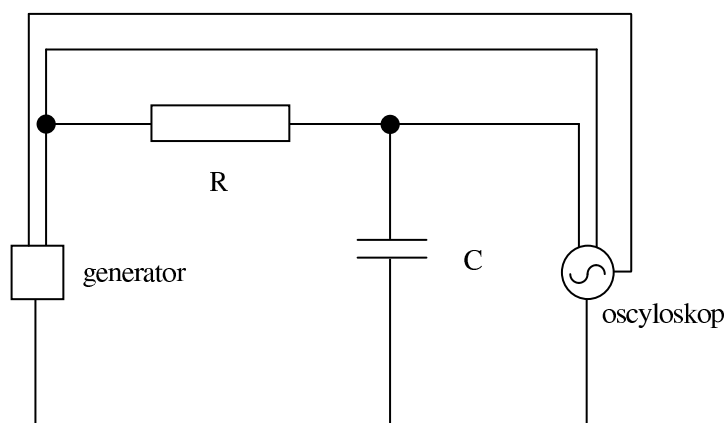
rys.1

Do pomiarów własności filtra różniczkującego wykorzystuje się układ pokazany na rys.2.



rys.2

A do pomiarów własności filtra całkującego wykorzystuje się układ pokazany na rys.3.



rys.3

W układzie filtra rezonansowego

Transmitancja opisywana jest wzorem:

$$\frac{U_{wy}}{U_{we}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} \quad \text{wz.1}$$

Przesunięcie fazowe:

$$\varphi = \arctan \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega RC} \quad \text{wz.2}$$

W układzie filtra dolnoprzepustowego

Transmitancja:

$$\frac{U_{wy}}{U_{we}} = \frac{1}{\sqrt{R^2 \omega^2 C^2 + 1}} \quad \text{wz.3}$$

Przesunięcie fazowe:

$$\varphi = \arctan(-\omega RC) \quad \text{wz.4}$$

Napięcie wyjściowe dla prostokątnego sygnału wejściowego:

$$U_{wy} = A(1 - e^{-t/RC}) \quad \text{wz.5}$$

W układzie filtra górnoprzepustowego

Transmitancja:

$$\frac{U_{wy}}{U_{we}} = \frac{\omega RC}{\sqrt{R^2 \omega^2 C^2 + 1}} \quad \text{wz.6}$$

Przesunięcie fazowe:

$$\varphi = \arctan(1/\omega RC) \quad \text{wz.7}$$

Napięcie wyjściowe dla prostokątnego sygnału wejściowego:

$$U_{wy} = Ae^{-t/RC} \quad \text{wz.8}$$

## Pomiar

Jako źródła napięcia używałem generatora, do zmierzenia  $R_{1,2,3}$  użyłem omomierza, a pomiarów oscylacji napięcia wejściowego  $U_{we}$  i wyjściowego  $U_{wy}$  dokonałem przy użyciu oscyloskopu. Układy montowałem na uniwersalnej płytce montażowej z gotowymi gniazdami BNC.

Do dyspozycji miałem trzy oporniki o oporach  $R_1 = 0,530$  ,  $R_2 = 0,0511$  ,  $R_3 = 1,004$  k $\Omega$ , kondensator o pojemności  $C_1 = 1$  nF,  $C_2 = 100$  nF oraz cewkę(  $L$  wyznaczona w poprzednim ćwiczeniu).

Teoretycznie dla miernika którym się posługiwałem dokładność pomiaru oporów, wynosi 0,2% wartości wskazywanej. Jest to dobre oszacowanie w przypadku  $R_1$  i  $R_2$ , i tak dla  $R_1$  wynosi 0,001, a dla  $R_2$  0,0001 k $\Omega$ . Dla  $R_1$  dostajemy rzeczywiście 0,2% wskazania, jednak dla  $R_2$  stanowi to zaledwie 0,02%, a dla  $R_3$  0,01% tej wartości.

Niepewność wartości pojemności  $C_1$  oceniłem zgodnie z danymi producenta na 5%, co stanowi 0,05 nF , a dla  $C_2$  na 10%, co stanowi 10 nF.

Impedancja generatora była dana i wynosiła 0,0500 k $\Omega$ , a jej błąd oszacowałem na 5% tej wartości, czyli 0,0025 k $\Omega$ .

## Wyniki i ich dyskusja

Opory szeregowego filtra rezonansowego wynosiły odpowiednio:

dla układu z opornikiem  $R_1$ :  **$R = 0,5800 \pm 0,0027$  k $\Omega$ ,**

dla  $R_2$ :  **$R = 0,1011 \pm 0,0025$  k $\Omega$ .**

( błędy ze wzoru na propagację małych błędów ).

Indukcyjność  **$L = 0,001122 \pm 0,000040$  nF.**

Pojemność  **$C = 1,00 \pm 0,05$  nF.**

R <sub>1</sub>					
v	$\Delta v$	$U_{wy}/U_{we}$	$\Delta U_{wy}/U_{we}$	$\phi$	$\Delta\phi$
102,0	4,2	0,000318	0,000015	1,538	0,042
514	21	0,000551	0,000016	1,616	0,042
1005	35	0,01031	0,00039	1,610	0,036
5010	250	0,00512	0,00038	1,511	0,052
9590	320	0,02755	0,00041	1,537	0,035
20530	590	0,02075	0,00040	1,367	0,029
51000	260	0,15245	0,00094	1,442	0,005
100500	1400	0,4008	0,0062	1,124	0,014
120000	580	0,5577	0,0066	0,8746	0,0048
135000	2000	0,7126	0,0073	0,670	0,015
142700	410	0,8008	0,0077	0,5021	0,0029
155400	720	0,8831	0,0081	0,1465	0,0047
161600	520	0,9073	0,0082	0,0000	0,0032
166000	550	0,9146	0,0083	-0,0834	0,0033
175300	610	0,8891	0,0081	-0,2974	0,0035
185500	1400	0,8367	0,0078	-0,5595	0,0074
203400	1700	0,6969	0,0072	-0,7924	0,0082
487300	9500	0,15735	0,00094	-1,562	0,020
1005000	4000	0,04723	0,00044	-1,8691	0,0042

R <sub>2</sub>					
v	Δv	U <sub>wy</sub> /U <sub>we</sub>	ΔU <sub>wy</sub> /U <sub>we</sub>	φ	Δφ
102,00	0,73	0,000061	0,000015	1,5708	0,0074
507	14	0,000169	0,000015	1,641	0,029
1101	15	0,000322	0,000015	1,605	0,014
5040	240	0,001397	0,000017	1,599	0,049
28900	3300	0,007870	0,00037	1,60	0,12
49900	500	0,014823	0,00040	1,505	0,010
80700	1300	0,029688	0,00043	1,541	0,017
109600	960	0,055906	0,00051	1,4875	0,0090
121700	300	0,077165	0,00060	1,4376	0,0025
138100	1500	0,139837	0,00094	1,319	0,011
142800	2400	0,175620	0,0012	1,292	0,017
150200	1800	0,281532	0,0070	1,095	0,012
156300	980	0,454787	0,0088	0,7071	0,0063
161100	1000	0,615854	0,011	0,0000	0,0064
165300	1600	0,525281	0,0095	-0,540	0,010
173900	3000	0,276786	0,0069	-1,093	0,018
181300	3900	0,188125	0,0012	-1,276	0,022
201500	4900	0,101000	0,00073	-1,418	0,025
480800	9200	0,015606	0,00039	-1,601	0,020
998000	50000	0,004853	0,00037	-1,630	0,052

Wartości w tabelach zostały podane dla  $v$  i  $\Delta v$  w Hertzach,  $U_{wy}/U_{we}$  i  $\Delta U_{wy}/U_{we}$  bezwymiarowe,  $\varphi$  i  $\Delta\varphi$  w radianach.

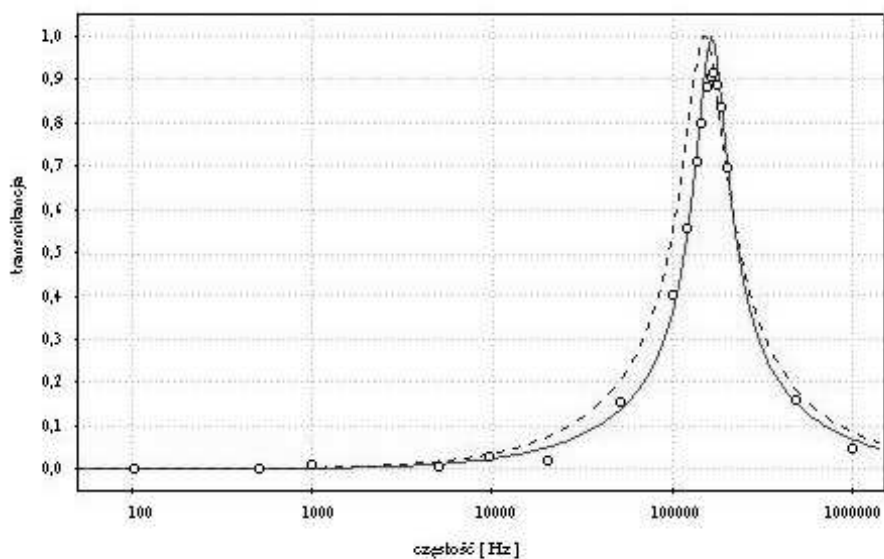
W wyniku numerycznej aproksymacji uzyskałem następujące wartości:  
Z transmitancji:

Z opornikiem R<sub>1</sub>:

**R = 0,5 ± 1,2 kΩ**

**L = 0,0013 ± 0,0028 H**

**C = 0,7 ± 1,6 nF**



wyk. 1 Wykres zależności transmitancji filtra rezonansowego od częstotliwości drgań napięcia w obwodzie ( dla oporu R<sub>1</sub> ).

Linia ciągłą oznaczyłem wyznaczoną zależność, przerywaną - zależność przewidywaną teoretycznie (dla wartości R, L, C wyznaczanych z parametrów elementów układu)

Dla punktów pomiarowych i dopasowanej krzywej (do wz.1) wartość  $\chi^2 = 1$ , a więc prawdopodobieństwo dopasowania równe 45%.

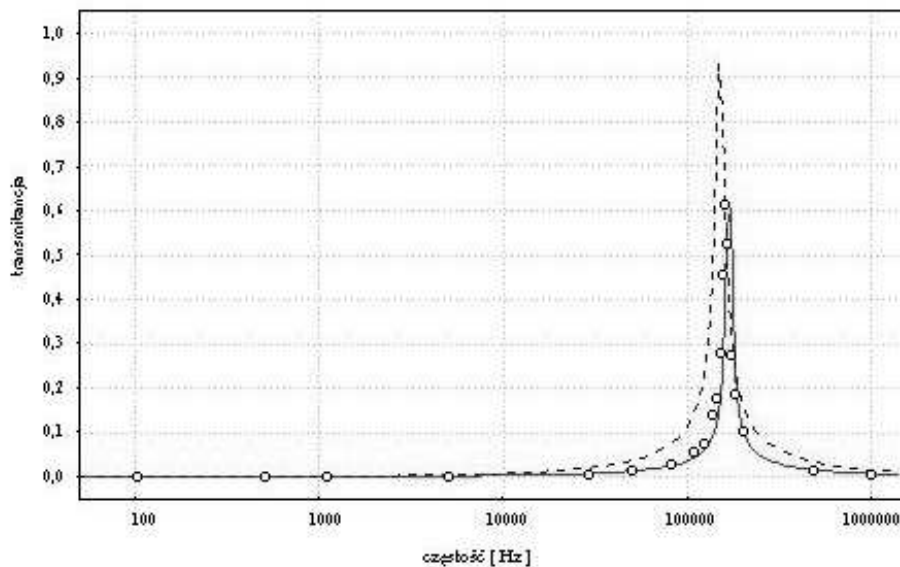
Dla punktów pomiarowych i przewidywanej krzywej (wz.1) wartość  $\chi^2 = 1$  więc prawdopodobieństwo dopasowania równe 45%.

Z opornikiem  $R_2$ :

$$R = 0,048 \pm 0,020 \text{ k}\Omega$$

$$L = 0,00123 \pm 0,00043 \text{ H}$$

$$C = 0,73 \pm 0,26 \text{ nF}$$



wyk. 2 Wykres zależności transmitancji filtra rezonansowego od częstotliwości drgań napięcia w obwodzie ( dla oporu  $R_2$  ).

Dla punktów pomiarowych i dopasowanej krzywej (do wz.1) wartość  $\chi^2 = 1$  a więc prawdopodobieństwo dopasowania równe 45%.

Dla punktów pomiarowych i przewidywanej krzywej (wz.1) wartość  $\chi^2 = 0,999999963$  czyli prawdopodobieństwo dopasowania nieco większe 45%.

Z przesunięcia fazowego:

Z opornikiem  $R_1$ :

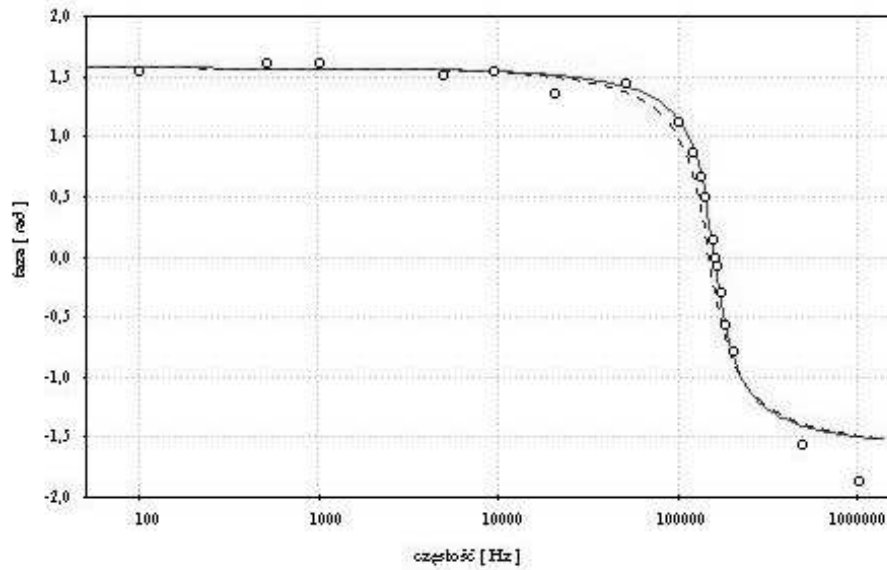
$$R = 0,54 \pm 0,72 \text{ k}\Omega$$

$$L = 0,0012 \pm 0,0016 \text{ H}$$

$$C = 0,8 \pm 1,1 \text{ nF}$$

Dla punktów pomiarowych i dopasowanej krzywej (do wz.2) wartość  $\chi^2 = 1$  czyli prawdopodobieństwo dopasowania równe 45%.

Dla punktów pomiarowych i przewidywanej krzywej (wz.2) wartość  $\chi^2 = 0,999999856$  a więc prawdopodobieństwo dopasowania nieco większe od 45%.



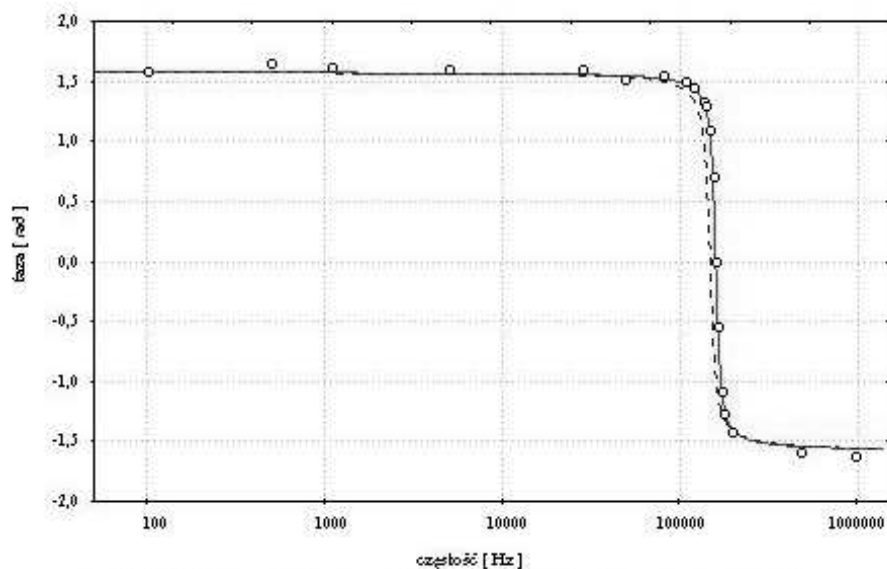
wyk. 3 Wykres zależności przesunięcia fazowego między sygnałem wejściowym i wyjściowym filtra rezonansowego, od częstości drgań napięcia w obwodzie ( dla oporu  $R_1$  ).

Z opornikiem  $R_2$ :

$$R = 0,0802 \pm 0,0079 \text{ k}\Omega$$

$$L = 0,001049 \pm 0,000097 \text{ H}$$

$$C = 0,927 \pm 0,085 \text{ nF}$$



wyk. 4 Wykres zależności przesunięcia fazowego między sygnałem wejściowym i wyjściowym filtra rezonansowego, od częstości drgań napięcia w obwodzie ( dla oporu  $R_2$  ).

Dla punktów pomiarowych i dopasowanej krzywej (do wz.2) wartość  $\chi^2 = 1$  a więc prawdopodobieństwo dopasowania równe 45%.

Dla punktów pomiarowych i przewidywanej krzywej (wz.2) wartość  $\chi^2 = 0,999999077182266$  a więc prawdopodobieństwo dopasowania nieco większe od 45%.

Układ całkujący

$R = 1,0540 \pm 0,0027 \text{ k}\Omega$

$C = 100 \pm 10 \text{ nF}$

$\nu$	$\Delta\nu$	$U_{wy}/U_{we}$	$\Delta U_{wy}/U_{we}$	$\varphi$	$\Delta\varphi$
10	20	1,0000	0,0085	0,0000	0,0020
49	47	1,0000	0,0085	0,0000	0,0097
99,30	0,20	1,0000	0,0085	0,0499	0,0020
484,5	2,3	0,9537	0,0083	0,3349	0,0049
1017,0	4,1	0,8493	0,0080	0,6134	0,0041
1063,0	4,5	0,8391	0,0080	0,5878	0,0043
1219,0	5,9	0,7948	0,0077	0,7046	0,0049
1350,0	7,3	0,7684	0,0078	0,7125	0,0054
1660	11	0,7006	0,0075	0,7927	0,0067
1980	16	0,6314	0,0072	0,8957	0,0080
4890	170	0,3107	0,0065	1,260	0,035
9950	200	0,1598	0,0011	1,500	0,020
49600	1500	0,03498	0,00046	1,558	0,031
103300	3200	0,01564	0,00042	1,558	0,032
197000	4700	0,00815	0,00041	1,634	0,024

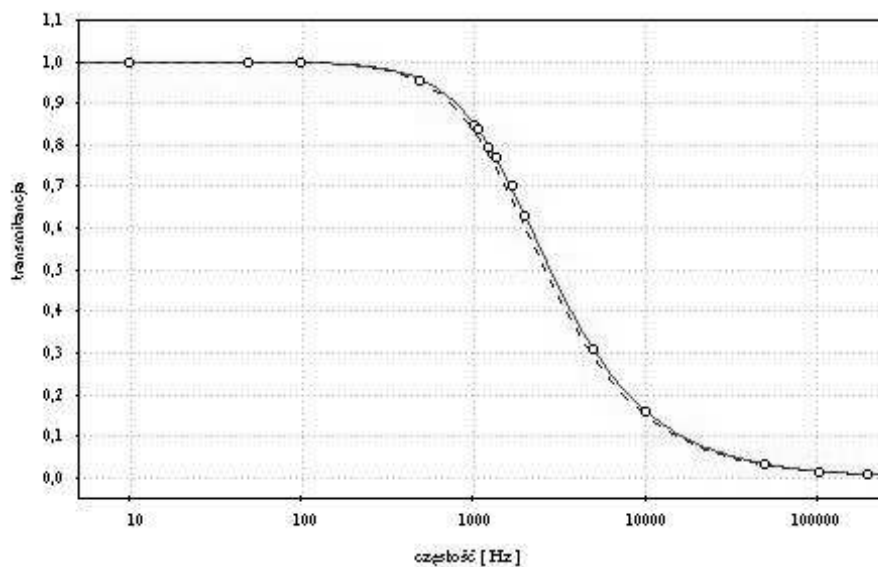
Wartości w tabeli zostały podane dla  $\nu$  i  $\Delta\nu$  w Hertzach,  $U_{wy}/U_{we}$  i  $\Delta U_{wy}/U_{we}$  bezwymiarowe,  $\varphi$  i  $\Delta\varphi$  w radianach.

W wyniku numerycznej aproksymacji uzyskałem następujące wartości:

Z transmitancji:

$R = 1,00 \pm 0,14 \text{ k}\Omega$

$C = 98 \pm 13 \text{ nF}$



wyk. 5 Wykres zależności transmitancji filtra dolnoprzepustowego od częstości drgań napięcia w obwodzie.

Dla punktów pomiarowych i dopasowanej krzywej (do wz.3) wartość  $\chi^2 = 1$  a więc prawdopodobieństwo dopasowania równe 45%.

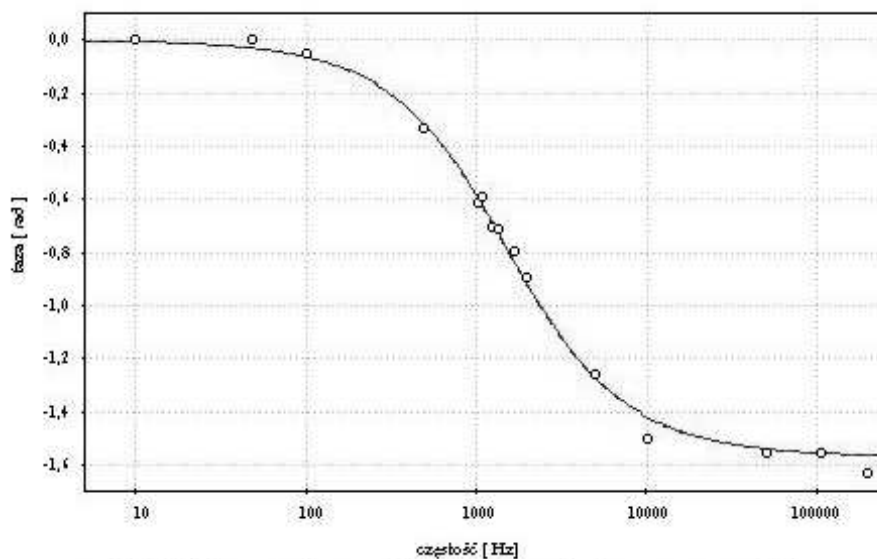
Dla punktów pomiarowych i przewidywanej krzywej (wz.3) wartość  $\chi^2 = 1$  a więc prawdopodobieństwo dopasowania równe 45%.



Z przesunięcia fazowego:

$R = 1,20 \pm 1,70 \text{ k}\Omega$

$C = 80 \pm 120 \text{ nF}$



wyk.6 Wykres zależności przesunięcia fazowego między sygnałem wejściowym i wyjściowym filtra dolnoprzepustowego, od częstości drgań napięcia w obwodzie.

Dla punktów pomiarowych i dopasowanej krzywej (do wz.4) wartość  $\chi^2 = 1$  czyli prawdopodobieństwo dopasowania równe 45%.

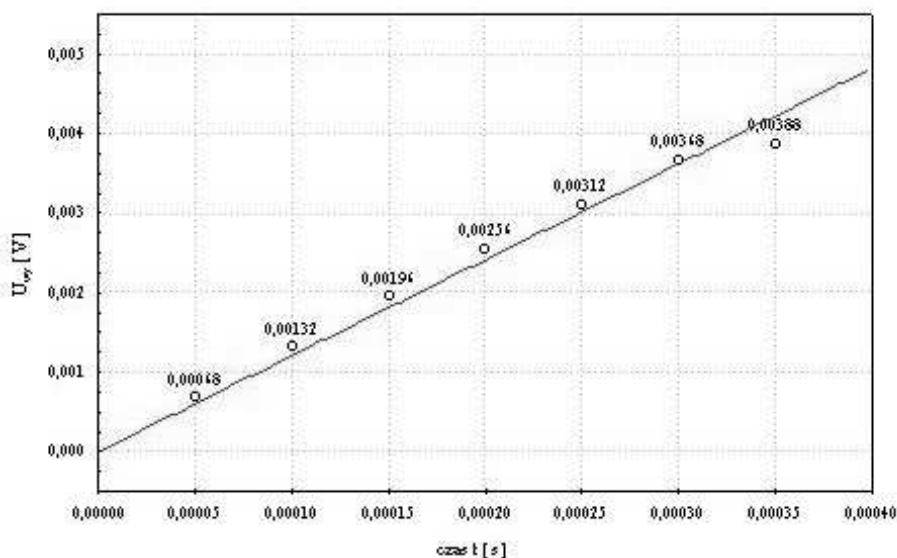
Dla punktów pomiarowych i przewidywanej krzywej (wz.4) wartość  $\chi^2 = 1$  a więc prawdopodobieństwo dopasowania nieco większe od 45%.

Dla prostokątnego sygnału wejściowego:

Dla częstości  $15580 \pm 1100 \text{ Hz}$

Sygnał wyjściowy jest w przybliżeniu całąk wejściowego – czyli daje sygnał trójkątny.

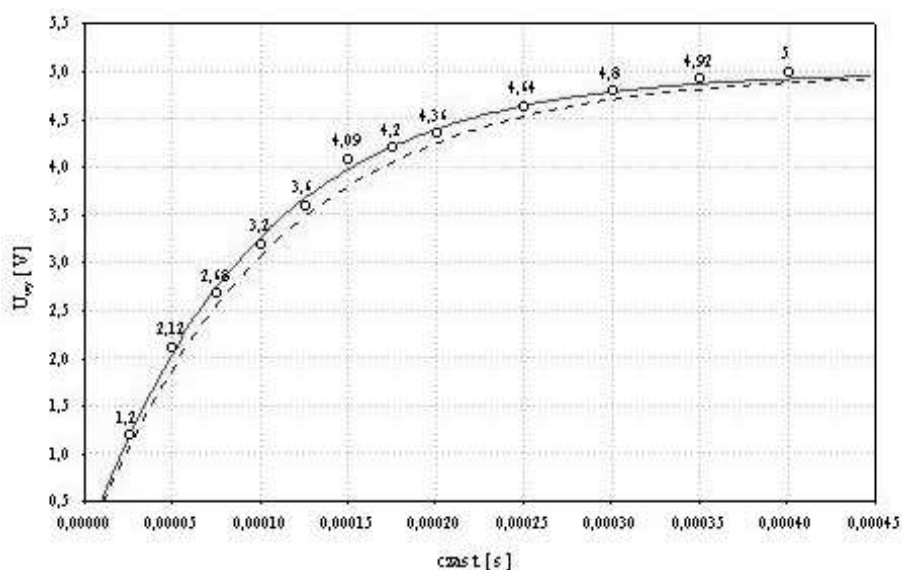
Prosta tworząca „zbrocze rosnące” ma współczynnik kierunkowy o wartości  $12,04 \pm 0,30$ .



wyk.7 Wykres zależności napięcia wyjściowego filtra dolnoprzepustowego od czasu, dla kwadratowego sygnału wejściowego i częstości drgań napięcia w obwodzie 15580 Hz.

Dla częstotliwości  $155 \pm 8$  Hz

Sygnal wyjściowy opisywany jest wzorem wz.5. Krzywa tworząca „zbocze rosnące” ma współczynnik  $A = 5,000 \pm 0,043$  oraz wartości  $R = 1,0 \pm 1,0$  k $\Omega$  i  $C = 100 \pm 110$  nF.



wyk. 8 Wykres zależności napięcia wyjściowego filtra dolnoprzepustowego od czasu, dla kwadratowego sygnału wejściowego i częstotliwości drgań napięcia w obwodzie 155 Hz.

Układ różniczkujący

$R = 1,0540 \pm 0,0027$  k $\Omega$

$C = 100 \pm 10$  nF

v	$\Delta v$	$U_{wy}/U_{we}$	$\Delta U_{wy}/U_{we}$	$\varphi$	$\Delta\varphi$
10,80000	0,00047	0,00679	0,00040	0,001629	0,000043
48,4000	0,0019	0,02954	0,00044	0,001521	0,000039
101,3000	0,0041	0,06185	0,00055	0,001528	0,000041
197,8000	0,0063	0,12097	0,00084	0,001442	0,000032
1004	20	0,5327	0,0069	1,035	0,020
1440	33	0,6728	0,0074	0,850	0,023
1810	39	0,7510	0,0077	0,637	0,022
4830	47	0,9524	0,0086	0,3945	0,0097
1473	26	0,6823	0,0074	0,926	0,018
1380	23	0,6599	0,0073	0,902	0,017
1655	22	0,7169	0,0075	0,832	0,013
2130	36	0,7807	0,0078	0,803	0,017
4850	47	0,9524	0,0086	0,3352	0,0097
49460	240	1,0041	0,0087	0,0311	0,0049
189500	3600	1,0061	0,0087	0,000	0,019

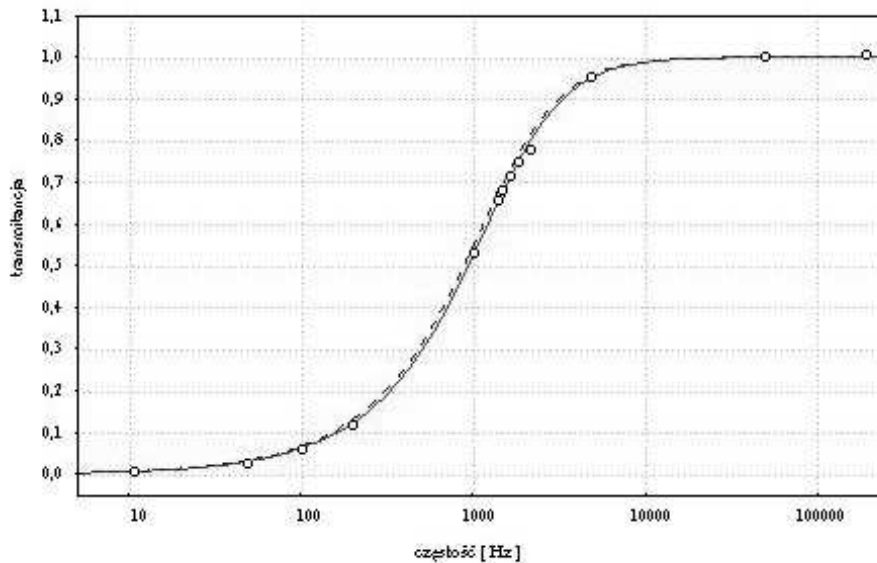
Wartości w tabeli zostały podane dla v i  $\Delta v$  w Hertzach,  $U_{wy}/U_{we}$  i  $\Delta U_{wy}/U_{we}$  bezwymiarowe,  $\varphi$  i  $\Delta\varphi$  w radianach.

W wyniku numerycznej aproksymacji uzyskałem następujące wartości:

Z transmitancji:

$$R = 1,054 \pm 0,075 \text{ k}\Omega$$

$$C = 94,5 \pm 5,6 \text{ nF}$$



wyk.9 Wykres zależności transmitancji filtra górnoprzepustowego od częstotliwości drgań napięcia w obwodzie.

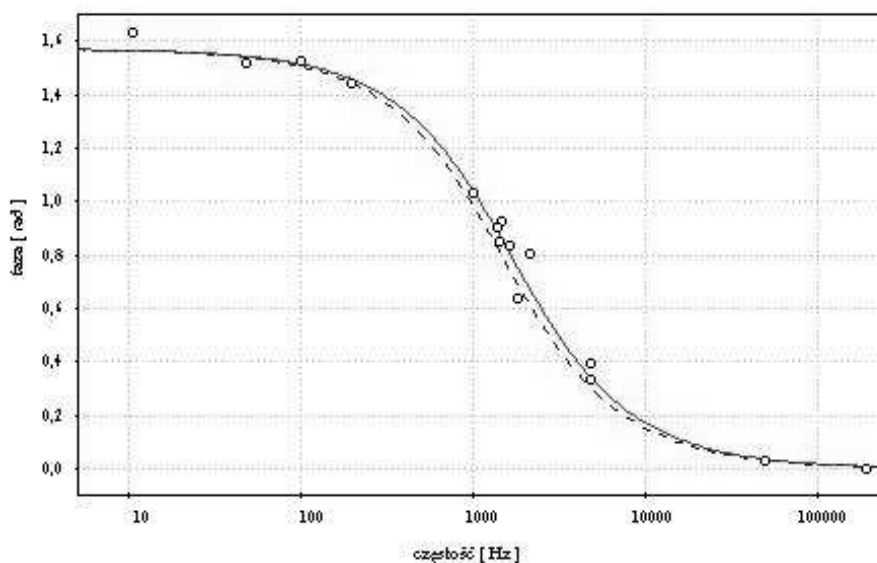
Dla punktów pomiarowych i dopasowanej krzywej (do wz.6) wartość  $\chi^2 = 1$  czyli prawdopodobieństwo dopasowania równe 45%.

Dla punktów pomiarowych i przewidywanej krzywej (wz.6) wartość  $\chi^2 = 1$  a więc prawdopodobieństwo dopasowania równe 45%.

Z przesunięcia fazowego:

$$R = 1,05 \pm 0,36 \text{ k}\Omega$$

$$C = 88 \pm 24 \text{ nF}$$



wyk.10 Wykres zależności przesunięcia fazowego między sygnałem wejściowym i wyjściowym filtra górnoprzepustowego, od częstotliwości drgań napięcia w obwodzie.

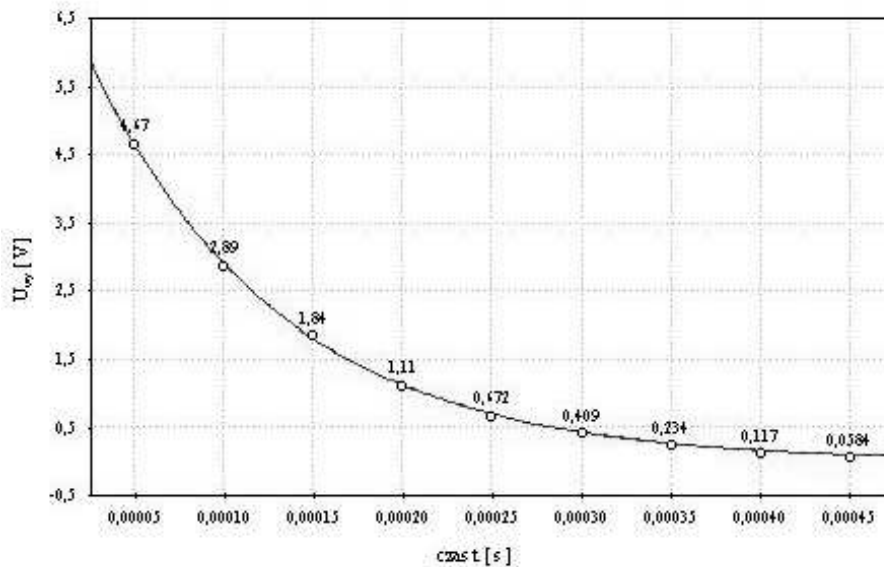
Dla punktów pomiarowych i dopasowanej krzywej (do wz.7) wartość  $\chi^2 = 1$  a więc prawdopodobieństwo dopasowania równe 45%.

Dla punktów pomiarowych i przewidywanej krzywej (wz.7) wartość  $\chi^2 = 1$  a więc prawdopodobieństwo dopasowania równe 45%.

Dla prostokątnego sygnału wejściowego:

Dla częstotliwości **151,5 ± 7,6 Hz**

Sygnał wyjściowy opisywany jest wzorem wz.8. Krzywa tworząca „zбочe malejące” ma współczynnik **A = 7,49 ± 0,54** oraz wartości **R = 1,1 ± 1,4 kΩ** i **C = 100 ± 1500 nF**



wyk. 11 Wykres zależności napięcia wyjściowego filtra górnoprzepustowego od czasu, dla kwadratowego sygnału wejściowego i częstotliwości drgań napięcia w obwodzie 151,5 Hz.

Niestety dla częstotliwości większej od ok. 1 kHz układ nie nadążał za zmianami napięcia, i sygnał wyjściowy przyjmował kształt trapezu, a nie „szpilek”.

## Wnioski

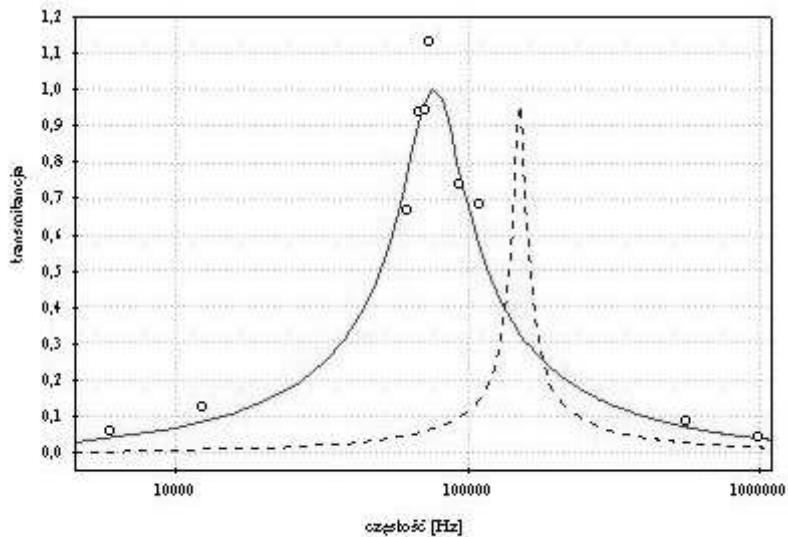
Rzeczywiście doświadczenie to potwierdziło teoretycznie przewidywane zależności. Widać również że układy te są bardzo podatne na zaburzenia. W czasie pomiarów natrafiłem na nieoczekiwane zjawiska. Filtr rezonansowy z oporem  $R_2$  przy częstotliwości ok. 5 kHz wykazywał znaczne zaburzenia sygnału wyjściowego (sygnał sinusoidalny modulowany sinusoidalnie). Także sygnał podawany z generatora nie odpowiadał idealnemu kształtowi teoretycznemu.

Jednak największe zdziwienie wywołały we mnie wyniki, jakie uzyskałem podczas pierwszego wykonywania tego ćwiczenia, dla filtra rezonansowego.

I tak:

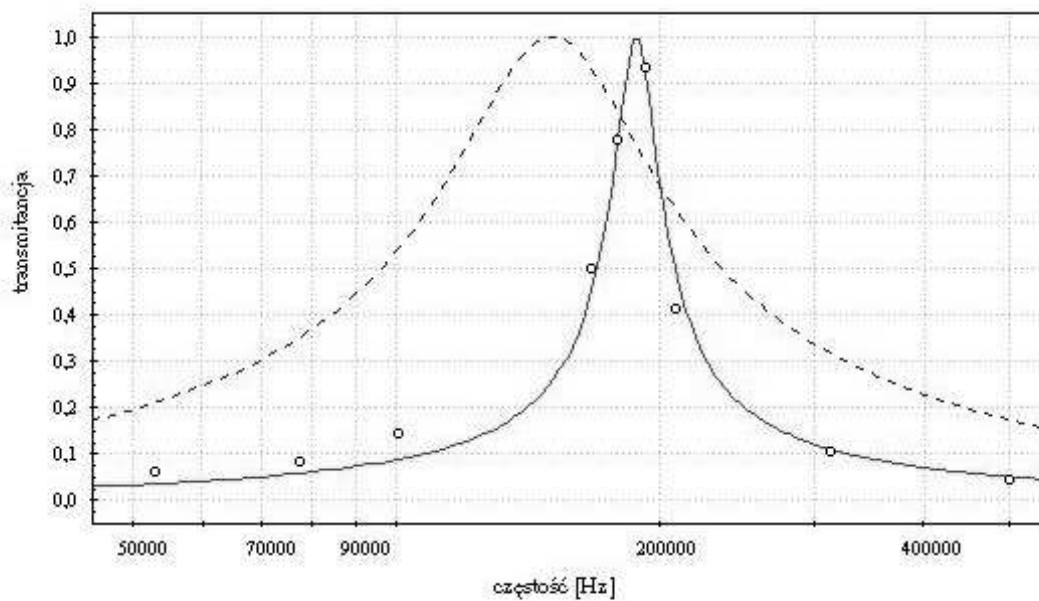
R <sub>1</sub>					
$\nu$	$\Delta\nu$	$U_{wy}/U_{we}$	$\Delta U_{wy}/U_{we}$	$\varphi$	$\Delta\varphi$
5900	1700	0,0625	0,0052	1,7	1,9
12200	3000	0,125	0,045	1,5	1,9
61700	7600	0,667	0,052	1,24	0,79
64600	9100	0,941	0,057	1,02	0,86
71000	10000	0,944	0,054	0,90	0,91
74000	11000	1,133	0,071	0,92	0,93
93000	17000	0,739	0,038	-1,0	1,2
109000	24000	0,680	0,034	-1,1	1,4
560000	150000	0,089	0,039	-1,6	1,8
980000	190000	0,042	0,037	-1,6	1,3

Co dało wykres:



R <sub>2</sub>					
$\nu$	$\Delta\nu$	$U_{wy}/U_{we}$	$\Delta U_{wy}/U_{we}$	$\varphi$	$\Delta\varphi$
53000	14000	0,0629	0,0085	1,49	0,43
77000	30000	0,0829	0,0075	1,45	0,61
100000	50000	0,146	0,035	1,26	0,70
167000	56000	0,500	0,036	0,84	0,35
179000	64000	0,778	0,050	0,45	0,28
192000	74000	0,933	0,064	-0,24	0,26
208000	87000	0,412	0,045	-1,05	0,51
310000	200000	0,1081	0,0087	-1,18	0,83
500000	500000	0,0465	0,0068	-1,3	1,4

Skąd:



Czyli wyglądało na to że układ się sprzął z którymś z elementów mierniczych.

Oczywiście przesunięcie względem teoretycznej częstości rezonansowej wykluczyło zmianę danych.

Można więc śmiało powiedzieć że nawet proste doświadczenia mogą doprowadzić do nieoczekiwanych (nie zawsze słusznych) wyników.